VÝFUK

VÝpočty Fyzikálních ÚKolů – kores. sem. MFF UK pro ZŠ ročník 1±1 číslo 2/7

Úvodem

Milí přátelé,

spolu s opravenými řešeními první série fyzikálního korespondenčního semináře pro základní školy dostáváte do rukou tuto brožurku se zadáním série druhé. Dále se zde dozvíte autorská řešení úloh série minulé.

Doporučujeme, abyste autorským řešením věnovali zvýšenou pozornost – zpravidla si představujeme, že dobré řešení by mělo vypadat přibližně takto, a to jak po stránce formální (všimněte si, že jednotky píšeme ve výpočtech všude), tak i po stránce obsahové. Svůj postup byste měli ve větách fyzikálně zdůvodňovat, aby jej pochopil i ten, kdo řešení dané úlohy nezná (ale má alespoň nějaké fyzikální povědomí). Ve svých řešeních ovšem nemusíte vysvětlovat jednotlivé kroky až *tak podrobně*, jako je to v některých řešeních autorských; z didaktických důvodů pro vás v autorských řešeních například uvádíme některé širší souvislosti týkající se fyzikálního jevu v úloze obsaženého nebo podrobněji probíráme určité výpočty (protože předpokládáme, že nejsou všichni natolik zběhlí v používaných matematických postupech).

Autorské řešení experimentální úlohy by vám mělo dát návod, jakým způsobem zpracovávat výsledky fyzikálních měření.

Součástí této brožurky je též jemný úvod do počítání elektrických obvodů s odpory. Nepřehlédněte zadání úlohy II.S, jež po onom úvodu následuje.

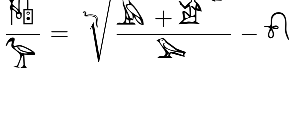
Nakonec se ve výsledkových listinách dozvíte, jak jste dopadli v porovnání s ostatními řešiteli.

Organizátoři

Zadání II. série

Termín doručení: 7. prosince 2011

Úloha II.1 . . . Rozcvička 1 bod



Čemu je rovno ?

Úloha II.2 ... Žárovka 3 body

Žárovka je, co se týče svícení, poměrně neúčinná věc. Většinu svého příkonu přemění na teplo a jen asi 5 % na světlo. Představte si, že pod jednu takovou (například 60W) dáte kus ledu o hmotnosti $m = 100\,\mathrm{g}$. Předpokládejte, že led pohltí všechno záření z žárovky. Za jak dlouho se led rozpustí?

Bonus Jak by se změnil výsledek, kdyby led nepohlcoval veškeré záření z žárovky, ale pouze to, které na něj z žárovky přímo dopadá, když má led tvar kry o ploše S, tato kra se nachází v dostatečně velké vzdálenosti d od vlákna žárovky a žárovka na ni svítí kolmo?

Úloha II.3 ... Řeka přes most 4 body

Údolím teče řeka, přes řeku vede most. A přes ten most též teče řeka (jedná se tedy o akvadukt). A přes ten most chce přejet loď. Jak se zvýší zatížení mostu ve chvíli, kdy loď vjede na most? Co by se změnilo, kdyby přes most netekla řeka, ale byl na něm bazén a loď by do něj byla položena?

Úloha II.4 ... Duhová 2 body

Co uvidí člověk, když si stoupne na konec duhy?

Úloha II.E ... Nasycený a vypuštěný 5 bodů

Nasypete-li do sklenice s vodou špetku soli, sůl se zpravidla bez obtíží rozpustí. Budete-li však sůl do vody dále přidávat, dojde při určitém množství k *nasycení roztoku* a další sůl se již rozpouštět nebude.

Změřte co nejpřesněji rozpustnost kuchyňské soli (nebo jiné rozumně rozpustné látky) ve vodě z vodovodu. Naměřenou hodnotu porovnejte s hodnotou v tabulkách a případnou odlišnost vysvětlete. (Rozpustností rozumíme poměr hmotností rozpouštěné látky ke hmotnosti rozpouštědla při nasycení roztoku.)

Řešení I. série

Úloha I.1 ... Lineární moucha
2 body; průměr 1,43; řešilo 60 studentů

Moucha letí rychlostí 60 km/h*, vlak jede rychlostí* 40 km/h*. Moucha vždy letí od vlaku ke stanici, pak zpět k vlaku... tak dlouho, než vlak dojede do stanice. Jakou vzdálenost uletí, pokud na počátku byl vlak i moucha ve vzdálenosti D od stanice?* *Všeobecně zprofanovaná úloha.*

Vlak i moucha startují ze stejného bodu ve vzdálenosti D od stanice. Do stanice dorazí společně. Klíčovým pozorováním je, že čas t, který jim to bude trvat, je pro oba stejný a poměr uražených drah bude tedy roven poměru rychlostí:

Vlak se pohybuje rychlostí $v_1 = 40\,\mathrm{km/h}$ a urazí dráhu D. Moucha se pohybuje rychlostí $v_2 = 60\,\mathrm{km/h}$ a urazí dráhu s_m. Zanedbáme, že moucha při otáčení ve stanici a u vlaku zpomaluje a zase zrychluje a budeme pohyb mouchy i vlaku považovat za rovnoměrný přímočarý pohyb, pro nějž platí

$$s = v \cdot t,$$

kde s je uražená dráha, v rychlost a t čas trvání pohybu.

Konkrétně pro vlak potom $D = v_1 \cdot t$. Odsud jednoduchou úpravou vyjádříme čas: $t = D/v_1$.

Konečně pro dráhu mouchy tedy dostaneme

$$s_\mathrm{m} = v_2 \cdot t = v_2 \cdot \frac{D}{v_1} = 60\,\mathrm{km/h} \cdot \frac{D}{40\,\mathrm{km/h}} = \frac{3}{2}D.$$

Než vlak dojede do stanice, uletí moucha dráhu $\frac{3}{2}D$.

Tereza Mašková
`tereza@fykos.cz`

Úloha I.2 ... Kolejní výtah
4 body; průměr 2,38; řešilo 55 studentů

®adim nastoupil do výtahu na koleji 17. listopadu, stisknul tlačítko s požadovaným poschodím a výtah se rozjel. Za několik okamžiků ®adima něco praštilo do hlavy. Výtah se totiž zrázu zastavil a ®adima udeřil. Byl to tak silný náraz, že si ®adim ani nepamatoval, kterým směrem jel. Dokázali byste mu poradit? Co by se stalo, kdyby jel opačným směrem? Strop výtahu je od podlahy vzdálen 2 m a ®adim je vysoký 170 cm. Jakou nejmenší rychlostí se výtah před zastavením pohyboval? *®adim o sobě rozšiřoval drby.*

Když ®adim jel výtahem, nejdříve se pohyboval stejným směrem a stejnou rychlostí jako výtah, takže vůči sobě byli v klidu. Najednou však výtah něco zastavilo. ®adimovo tělo se však pohybovalo dál stále stejným směrem a rychlostí, dokud ho také něco nezastavilo – strop výtahu.

Kterým směrem tedy původně jel? Po zastavení výtahu pokračoval nahoru až ke stropu a to byl stejný směr, jakým jeli on i výtah zpočátku. Takže musel jet nahoru.

Pokud by jel dolů a výtah by zastavil, ®adim by jel opět dál, dokud by ho také něco nezastavilo. V tomhle případě však stojí na podlaze výtahu. Ta ho zastaví hned, jak se zastaví výtah, takže se nestane nic.

Jakou rychlostí musel výtah jet, aby zlomyslně praštil ®adima do hlavy?

První řešení Co se stalo po zastavení výtahu? Můžeme říci, že ho výtah „vyhodil“ svisle vzhůru rychlostí, jakou jel, kterou si označíme v_0. Když něco vyhodíme do vzduchu, tak nám tam hraje roli ještě gravitace. Rychlost v nějakém bodě vrhu tedy spočteme: $v = v_0 - gt$. Když dosáhne vyhazovaný předmět nejvyššího bodu, má nulovou rychlost (obrací se a potom začne padat na druhou stranu). Tu dosadíme do předchozího vztahu.

$$0 = v_0 - gt,$$
$$v_0 = gt,$$
$$t = \frac{v_0}{g}.$$

Získali jsme tedy čas, za který předmět dolétne do nejvyššího bodu. Vezmeme si vzorec pro výšku vrhu svislého vzhůru. První sčítanec nám popisuje výšku, které by předmět dosáhl bez gravitace. Druhá složka je vzorec dráhy pro volný pád (kde působí pouze gravitační síla), kterou musíme odečíst, protože má opačný směr (házíme nahoru, předměty padají dolů).

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 ,$$

kde h je dosažená výška. Dosadíme tam čas pro nejvyšší bod

$$h = v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 = \frac{v_0^2}{2g} .$$

My však chceme zjistit, jaké má být v_0, tak si výraz ještě trochu upravíme

$$2hg = v_0^2$$
$$v_0 = \sqrt{2hg}$$

Teď už máme všechno, co potřebujeme; g najdeme v tabulkách a h = výška výtahu − výška ®adima = 0,3 m. Teď stačí už jen dosadit

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 0{,}3\,\mathrm{m} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}} = \sqrt{5{,}886\,\mathrm{m^2{\cdot}s^{-2}}} \doteq 2{,}4\,\mathrm{m/s} .$$

Výtah se tedy musel pohybovat alespoň rychlostí 2,4 m/s směrem nahoru.

Druhé řešení Použít také můžeme zákon zachování energie. Víme, že dokud ®adim jel, stál pevně na podlaze, takže výška, do níž vystoupal, byla nulová: $h_1 = 0$ m. Zato rychlost (jak ®adima, tak výtahu) je největší – v_1. V okamžiku, kdy ®adim narazí, nachází se ve výšce $h_2 = 0{,}3$ m a rychlost je nulová (zastavil ho strop výtahu), $v_2 = 0$ m/s.

Zákon zachování energie nám říká, že součet energií (v našem případě potenciální V a kinetické T) se nemění.

$$V_1 + T_1 = V_2 + T_2,$$
$$mgh_1 + \frac{1}{2} m v_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2} m v_2^2 ,$$

kde g je gravitační zrychlení a m je ®adimova hmotnost. My ale víme, že $h_1 = 0$ a $v_2 = 0$, takže i V_1 a T_2 jsou nula. Po dosazení a upravení získáme

$$T_1 = V_2 = \frac{1}{2} m v_1^2 = mgh_2 ,$$
$$v_1^2 = \frac{2mgh_2}{m} ,$$
$$v_1 = \sqrt{2gh_2} ,$$
$$v_1 = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \cdot 0{,}3\,\mathrm{m}} ,$$
$$v_1 \doteq 2{,}43\,\mathrm{m/s} .$$

Veličina v_1 je hledaná rychlost výtahu před zastavením.

Anna Chejnovská
anca@fykos.cz

Úloha I.3 ... Obludárium

4 body; průměr 2,06; řešilo 53 studentů

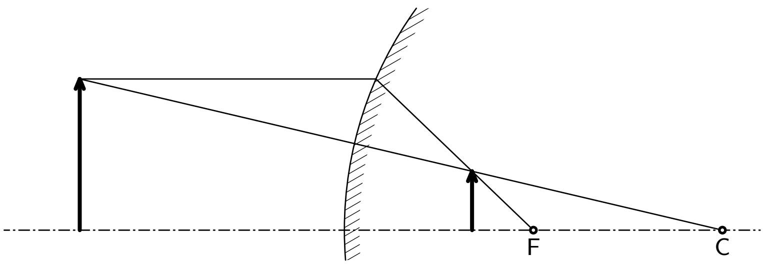
Rozmarný král tě přijal na svůj dvůr a jakožto fyzikovi ti svěřil výrobu zrcadel. Král má příliš hubené nohy, ale zato velmi tlusté břicho. Navíc má nízké čelo. Nakresli, jak musíš zrcadlo zakřivit, aby se královu obrazu rozšířily nohy, zhublo břicho a protáhlo čelo. Je možné, aby králův obraz byl větší než on sám či aby byl v zrcadle dokonce vzhůru nohama? Snaž se, král již zaměstnával mnoho zrcadlářů, kteří jsou nyní o hlavu kratší. . .

V zrcadle zkoumal své nedostatky Mára.

Zrcadlo, které splní královy představy, zkusíme vytvořit z několika částí. Nebudeme řešit, jak tyto části spolu navzájem spojit, jen jak musejí tyto jednotlivé části vypadat.

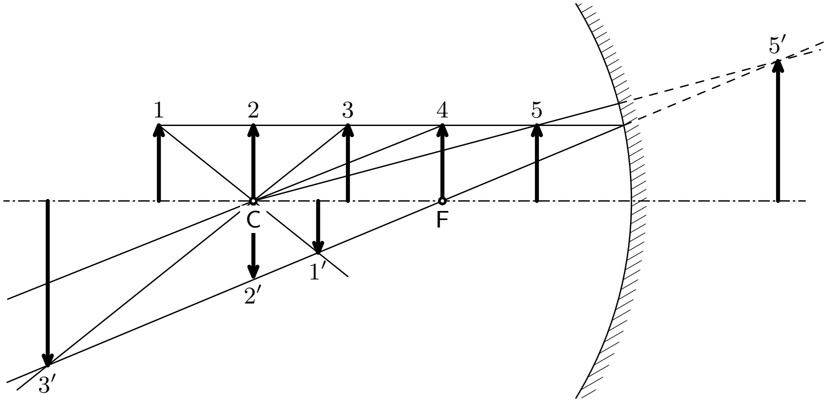
Budeme využívat zrcadla vypuklá a dutá. Jako vypuklé (případně duté) si můžeme představit část povrchu koule, nebo třeba část povrchu válce. V obou případech můžeme vést řez zrcadlem v rovině, ve které bude předmět, který chceme zobrazit. Rovněž budeme zjednodušeně uvažovat, že průřez zrcadlem nám dá část kružnice (a ne třeba elipsy). Pak je poměrně jasně daný střed křivosti – je tam, kde by byl střed kružnice C, a jasně dané je i ohnisko F – je v polovině vzdálenosti mezi středem a zrcadlem samotným. Tak si můžeme ukázat hlavní zobrazovací vlastnost pomocí jednoduchých dvojrozměrných obrázků. Nejprve si pomocí nich ukážeme jaké mají jednotlivá zrcadla zobrazovací schopnosti.

Pokud chceme obraz zmenšit a nepřevracet, můžeme využít vypuklé zrcadlo. Předmět můžeme umístit kamkoliv před zrcadlo a obraz bude jednoznačně určen už pomocí dvou paprsků – jednoho, který prochází středem, a jednoho, který je nejprve rovnoběžný s osou zrcadla na hranici zrcadla se odrazí tak, jako by vycházel z ohniska zrcadla. Tento případ je znázorněn na obrázku 1.

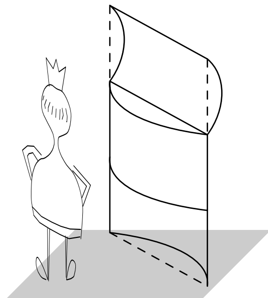


Obr. 1: Vypuklé zrcadlo

U dutého zrcadla velmi záleží na tom, kam umístíme předmět, který chceme zobrazit, vůči ohnisku a středu křivosti. Na obrázku 2 jsou vidět obrazy podle polohy předmětu. Asi nejdůležitější pro nás bude, když je předmět ve středu, protože pak je pouze převrácený, ale jeho velikost stejná (případ 2 a 2‘), a když je předmět mezi ohniskem a zrcadlem, protože pak se nám v zrcadle zvětší (případ 5 a 5‘).



Obr. 2: Zobrazení různě vzdálených předmětů na dutém zrcadle



Obr. 3: Výsledný tvar králova zrcadla

Pro protáhnutí čela tedy využijeme duté zrcadlo vyrobené z povrchu válce, jehož osa je vodorovně. Ale potřebujeme, aby hlava byla mezi ohniskem a zrcadlem. Tedy se nám bude hodit, když bude velký poloměr křivosti (poloměr kružnice, kterou získáváme v průřezu, bude velký), aby mohl král stát i ve větší vzdálenosti od zrcadla.

Pro zúžení břicha naopak využijeme vypuklé zrcadlo vyrobené z povrchu válce, jehož osa je svisle.

Pro rozšíření nohou vyžijeme zrcadlo podobné tomu pro hlavu, jen bude vyrobené z povrchu válce, jehož osa je svisle. Na obrázku 3 je pak možné vidět, jak by celkově zrcadlo vypadalo. Bude potřeba, aby si král vždy stoupl na správné místo. Třeba mu uděláme na zemi malý křížek a vždy, když si tam stoupne, uvidí se dle svých představ.

Aby se viděl větší, použijeme duté zrcadlo, které bude vyrobené z povrchu koule s dostatečně velkým poloměrem křivosti.

Pokud by se král chtěl vidět vzhůru nohama, může využít duté zrcadlo tak, že bude stát přesně v jeho středu.

Lada Peksová
lada@fykos.cz

Úloha I.4 ... Řekoplavec

5 bodů; průměr 2,02; řešilo 46 studentů

Plavec se snaží přeplavat řeku, v níž teče voda rychlostí[1] $v_\mathrm{r} = 2\,\mathrm{km/h}$. *Sám přitom (ve stojaté vodě) plave rychlostí* $1\,\mathrm{m/s}$. *Po jaké dráze a jakým směrem musí plavat, aby se nejméně namohl? V jakém místě a za jak dlouho vyplave na druhý břeh? A co aby jeho dráha byla nejkratší?*

Vymyslel plavec Petr. (Rozcvičková úloha z FYKOSu.)

Rychlost plavce označme $v_\mathrm{p} = 1\,\mathrm{m/s}$. Šířku řeky[2] označme d. Protože plavec plave vůči vodě stále stejně rychle bez ohledu na to, kam ho unáší proud, tak potřebuje plavat co nejkratší dobu, aby se co nejméně namohl. To znamená, že v soustavě spojené s pohybující se řekou bude plavat kolmo na břeh.

Protože koná vzhledem k zemi dva na sobě nezávislé rovnoměrné přímočaré pohyby, výsledkem jejich složení bude opět přímka, která bude se břehem, od kterého vyplaval, svírat úhel[3]

$$\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{v_\mathrm{p}}{v_\mathrm{r}}\right) = \mathrm{arctg}\left(\frac{1\,\mathrm{m/s}}{0{,}56\,\mathrm{m/s}}\right) = \mathrm{arctg}\,\frac{9}{5} = 61^\circ\,,$$

kde v_p označuje rychlost plavce. Na druhý břeh vyplave za čas $t = d/v_\mathrm{p}$. Proud ho přitom snese o vzdálenost

$$s = tv_\mathrm{r} = d\frac{v_\mathrm{r}}{v_\mathrm{p}} = d\cdot\frac{0{,}56\,\mathrm{m/s}}{1\,\mathrm{m/s}} = \frac{5}{9}d\,.$$

Aby jeho dráha byla nejkratší, musí vyplavat kolmo na druhém břehu. Přitom aby plaval kolmo na břeh, musí mít složka v_p rovnoběžná se břehem stejnou velikost (ale opačný směr) jako v_r. Vzhledem k řece tedy musí plavat tak, aby vektor jeho rychlosti svíral s proudem úhel

$$\beta = \arccos\left(\frac{v_\mathrm{r}}{v_\mathrm{p}}\right) = \arccos\frac{5}{9} = 56^\circ\,.$$

K tomu, abychom zjistili, za jak dlouho vyplave, potřebujeme znát složku rychlosti v_p, která je kolmá na břeh. Snadno ji dopočteme z Pythagorovy věty jako $v_\mathrm{n} = \sqrt{v_\mathrm{p}^2 - v_\mathrm{r}^2}$. Čas, za který vyplave, je

$$t = \frac{d}{v_n} = \frac{d}{\sqrt{v_\mathrm{p}^2 - v_\mathrm{r}^2}} = \frac{d}{\sqrt{(1\,\mathrm{m/s})^2 - (0{,}56\,\mathrm{m/s})^2}} = \frac{d}{0{,}83\,\mathrm{m/s}}\,.$$

[1] Zadané rychlosti jsou v různých jednotkách, tudíž pro výpočty převedeme vše na m/s:

$$v_\mathrm{r} = 2\,\mathrm{km/h} = 2\,\mathrm{km/h}\cdot\frac{1000\,\mathrm{m/km}}{3600\,\mathrm{s/h}} \doteq 0{,}56\,\mathrm{m/s}.$$

[2] Verze úlohy ve FYKOSu obsahovala navíc zadanou hodnotu šířky řeky $d = 10\,\mathrm{m}$. Bez zadání konkrétní hodnoty vzdálenosti pochopitelně nelze určit ostatní vzdálenosti v metrech, ale jen v šířkách řeky, stejně tak nelze číselně dopočíst příslušné časy. To jsme však po vás nechtěli – chtěli jsme především obecný výraz bez dosazení, abyste si zvykli počítat „bez čísel“. Řešení se zadanou hodnotou d si můžete prohlédnout na stránkách FYKOSu (ročník 25, série 1, úloha 2).

[3] Funkce arctg a arccos jsou funkce inverzní k funkcím tg a cos. Zejména pro ty z vás, kteří o těchto funkcích ještě neslyšeli, do třetí série připravujeme studijní text a sadu úloh zabývající se tímto tématem, tedy *goniometrickými a cyklometrickými funkcemi.*

Petr Ryšavý
petr@fykos.cz

Úloha I.E ... Hopskulka

6 bodů; průměr 2,57; řešilo 42 studentů

Vezměte všechny dostupné druhy míčů, míčků, kuliček a jiného kulatěnstva a pro všechny změřte, jak závisí výška, které dosáhnou po odrazu od země, na výšce, ze které byly upuštěny (berte ohled na jejich rozbitnost). Zkuste naměřené závislosti teoreticky vysvětlit a také zdůvodněte, proč se výsledky pro různé předměty liší. –

Teorie

Při dopadu předmětu na nějaký povrch se kinetická energie bude přeměňovat na jiné druhy energie. Pro nás bude nejpodstatnější, že se předmět deformuje – zčásti pružně, část nepružně. Deformuje se i povrch, na nějž předmět dopadá. Část energie se též uvolní ve formě tepla a zvukových vln. Rozechvěje se povrch i samotný předmět.

Ta část energie, jež se uložila ve formě pružné deformace (a nebyla následně spotřebována k rozechvění), způsobí vymrštění předmětu zpět. Předmět, který se dopadem zmáčkl, bude postupně nabývat svůj původní tvar (stejně tak i prohnutý povrch), čímž se odrazí od povrchu. Celý proces proběhne velice rychle.

Poměry, v jakých se při srážce původní kinetická energie do jiných forem energie rozdělí, záleží na vlastnostech a tvaru předmětu i povrchu a zčásti i na rychlosti dopadu (což se projeví především u vyšších rychlostí, kdy při smrštění dosáhne předmět své meze pružnosti).

Pro popis odrazivosti předmětu se zavádí činitel odrazivosti (též koeficient restituce) ε, definovaný jako poměr velikosti rychlostí $v_\uparrow$ bezprostředně po odrazu ku velikosti rychlosti $v_\downarrow$ bezprostředně před nárazem, $\varepsilon = v_\uparrow / v_\downarrow$.

Zanedbáme-li odpor prostředí (vzduchu), pohybová energie těsně před dopadem bude rovna úbytku polohové energie při pádu a naopak, pohybová energie předmětu těsně po odrazu se zcela přemění na polohovou energii v nejvyšší poloze po odrazu:

$$\frac{1}{2} m v_\downarrow^2 = mgH, \qquad \frac{1}{2} m v_\uparrow^2 = mgh,$$

kde m je hmotnost předmětu a g je tíhové zrychlení. Vyjádříme-li z těchto rovnic rychlosti, lze činitel odrazivosti určit jako

$$\varepsilon = \frac{v_\uparrow}{v_\downarrow} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{2gH}} = \sqrt{\frac{h}{H}}.$$

Měření

Měřili jsme výšku odrazu h čtyř předmětů – míčku na stolní tenis, tenisového míčku, skleněné kuličky a hopskulky. Předměty byly pouštěny na betonovou podlahu.

Výšku jsme měřili pouhým okem pomocí měrného pásma přilepeného ke dveřím. Pro pohybující se předmět není vždy zcela snadné výšku výskoku okem zachytit, což vnáší do měření nepřesnost, kterou odhadujeme na $\pm 3\,\mathrm{cm}$. Výšku upuštění H jsme měřili na centimetr přesně. (Podotýkám, že v obou případech jsme měřili výšku nejníže položeného bodu předmětu.)

Závislost jsme proměřovali pro osm výšek upuštění v 25cm úsecích až do $2\,\mathrm{m}$. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1.

$\frac{H}{\mathrm{cm}}$	$\frac{h}{\mathrm{cm}}$			
	pingpong. m.	tenis. m.	skleněnka	hopskulka
25	20	13	17	21
50	40	28	33	43
75	54	43	48	61
100	68	57	64	83
125	80	71	77	100
150	94	83	91	121
175	106	94	105	141
200	117	107	118	160

Tabulka 1: Výsledky měření výšek odrazu.

Diskuse

Hodnoty z tabulky 1 jsou vyneseny v grafu na obrázku 4.

Téměř všechny předměty v rámci chyby měření vykazují přímou úměrnost mezi výškou odrazu h a výškou upuštění H. Míček na stolní tenis se však mírně odchyluje a závislost nabývá konkávního[4] tvaru. To by šlo vysvětlit tak, že činitel odrazivosti je v daném rozsahu proměnlivý; mnohem pravděpodobnějším důvodem však bude to, že díky nízké hmotnosti (a tudíž i nízké setrvačnosti, odkazuji na Newtonův zákon síly) jej velmi brzdí odpor vzduchu.

Pro jednotlivé předměty jsme lineární regresí (fitováním) v programu `gnuplot` (v. návod odkazovaný na konci) určili poměr h/H a z něj spočítali součinitel odrazivosti ε.

Pingpongový míček:	$h/H = 0{,}749 \pm 0{,}027$	$\varepsilon = 0{,}865 \pm 0{,}016$
Tenisový míček:	$h/H = 0{,}548 \pm 0{,}005$	$\varepsilon = 0{,}740 \pm 0{,}004$
Skleněná kulička:	$h/H = 0{,}606 \pm 0{,}007$	$\varepsilon = 0{,}779 \pm 0{,}004$
Hopskulka:	$h/H = 0{,}807 \pm 0{,}004$	$\varepsilon = 0{,}898 \pm 0{,}002$

Pro pingpongový míček jsme prováděli regresi jen na základě prvních 3 hodnot, protože pro větší H je výsledek dosti ovlivněn odporem vzduchu a zkresloval by výpočet činitele odrazivosti. Chyba h/H je určena jako statistická chyba lineární regrese, chyba ε je vypočtena z ní.[5]

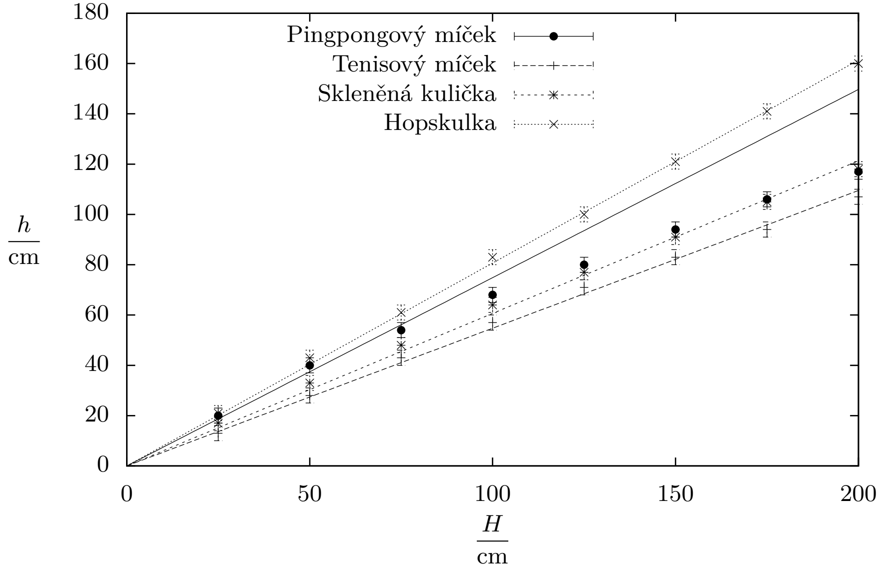
Pro zajímavost uvádíme, že dle anglické Wikipedie[6] se má míček na stolní tenis odrážet do výšky 24–26 cm při výšce upuštění $H = 30{,}5\,\mathrm{cm}$ na ocelovém bloku, což pro námi určený činitel odrazivosti odpovídá odrazu do $h = (22{,}8 \pm 0{,}4)\,\mathrm{mm}$, což je sice poněkud méně, nicméně je třeba vzít v úvahu, že upouštíme na beton a taktéž je možné, že již ve výšce $H = 75\,\mathrm{cm}$, již jsme do regrese zahrnuli, se již dost projevuje odpor vzduchu, což výslednou hodnotu h/H snižuje.

Zdá se, že betonová podlaha je pro svou vysokou tvrdost a mohutnost (při dopadu předmětu se nerozechvěje) vcelku vhodným povrchem pro zkoumání vlastností plastových míčků. Není

[4] Konkávní znamená, že funkce má v daném bodě tvar „kopečku“. Opakem je funkce konvexní, která má tvar „údolí“. Formálněji řečeno, nakreslíme-li v daném bodě tečnu, pro konkávní funkci jsou hodnoty funkce v okolních bodech pod tečnou, pro konvexní nad tečnou.

[5] Pokud nevíte, jak se určuje chyba vypočtené veličiny, vizte například `http://fo.cuni.cz/texty/mereni.pdf`.

[6] `http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Table_tennis&oldid=459100680`



Obr. 4: Měření výšky odrazu

však jisté, zda by se u skleněné kuličky výsledky nelišily při dopadu na ještě tvrdší (a hladší) povrch.

Poznámky k došlým řešením

Značná část řešitelů měla problém s pochopením zadání a namísto toho, aby měřila závislost výšky odrazu na výšce upuštění, měřila například závislost výšky odrazu na materiálu míčku, podlahy a podobně.

Změřit závislost jedné veličiny na veličině druhé znamená změřit hodnoty závislé veličiny (zde výšky odrazu) pro více různých hodnot nezávislé veličiny (zde výšky upuštění) v dostatečně širokém rozsahu. Z výsledku takového měření bychom měli být schopni předpovídat hodnotu závislé veličiny i v bodech, kde jsme zrovna neměřili (tím, že naměřenými hodnotami například proložíme nějakou rozumnou křivku).

Jako změření závislosti tedy nelze považovat měření pro pouhé dvě hodnoty, protože mezi dvěma body můžeme nakreslit téměř libovolnou křivku. Lze je proložit třeba přímkou, parabolou, sinusoidou, … Díky této volnosti nelze pak pro nenaměřené hodnoty nezávislé veličiny předpovědět téměř nic. Abychom mohli o závislosti mohli něco určitějšího říci, musíme zkrátka hodnot naměřit více. A vždy je dobré výsledky měření zpracovat graficky: nakreslit graf naměřených hodnot a k nim křivku s teoreticky určenou závislostí (využívající parametry vypočtené z měření – zde se jednalo o přímku se sklonem určeným činitelem odrazivosti, resp. jeho druhou mocninou).

U většiny řešení jsem postrádal popis metody měření, zejména způsobu odečtu hodnot výšek. Ať už odečítáte maximální výšku míčku po odrazu „od oka“, nebo si třeba pomáháte technikou (videokamera), je potřeba to napsat.

S tím souvisí další věc, která mi v řešeních chyběla: určení chyby měření. Žádné měření není dokonale přesné a je důležité vědět, jaké nepřesnosti jsme se mohli dopustit. Nepřesnost měření je způsobována různými vlivy a vždy byste měli alespoň odhadnout, které vlivy jsou nejvýznamnější a jak velkou chybu tyto vlivy mohou způsobit.

Vždy je potřeba uvádět i všechny vlivy, které by mohly ovlivnit výsledek měření (a zároveň nepatří mezi vlivy z předchozího odstavce, tj. ty, jež způsobují nepřesnosti). U této úlohy se jednalo zejména o údaj, na jaký povrch byly předměty upouštěny. Pokud upouštíme tvrdou (například ocelovou či skleněnou) kuličku na měkkou (např. dřevěnou) podlahu, výsledek měření vypovídá spíš o vlastnostech podlahy než kuličky. Na tom pochopitelně není nic špatného, ale měření bez takovýchto zásadních údajů jsou vcelku bezcenná.

Podrobnější návod, jak správně vypracovávat experimentální úlohy, naleznete na webové adrese `http://fykos.cz/sex/jak-na-to`.

Marek Nečada
`marekn@fykos.cz`

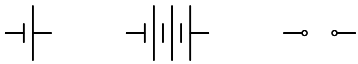
Výfučtení: Dopravní značka v elektrotechnice

Úvod

V dnešním díle našeho seriálu se podíváme na to, co to je elektrický obvod, z čeho se skládá, jak se zakreslují elektrotechnická schémata a nakonec si povíme o Ohmovu zákonu. Nemusíte se ničeho bát, protože právě začínáme vysvětlovat od úplných základů a klidně můžete pokračovat ve čtení.

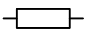
Elektrický obvod

Nejzákladnější věcí, která je v téměř každém obvodu (my se budeme zabývat jen takovými), je zdroj napětí. Jako zdroj poslouží článek baterie, baterie složená z více článků nebo svorky, na které je přivedeno napětí bez toho, abychom věděli, co je jako zdroj použito (budeme zatím převážně používat baterie, ale je dobré vědět, že se může ve schématech vyskytnout i něco jiného).



a) b) c)

Obr. 5: Zdroje napětí: a) článek baterie, b) baterie, c) svorky



Obr. 6: Rezistor

Hlavní fyzikální veličina, která nás bude u zdroje napětí (baterie) zajímat, je napětí. Značí se U a základní jednotkou je $1\,\mathrm{V}$ (volt).

Další součástkou budou rezistory (obrázek 6), jejíchž hlavní vlastností je, že mají elektrický odpor R, což je také fyzikální veličina. Její jednotkou je $1\,\Omega$ (ohm [čti óm]).

Pokud spojíme tyto součástky elektrickými vodiči, dostaneme elektrický obvod, kterým může procházet elektrický proud I. Jeho jednotkou je $1\,\mathrm{A}$ (ampér). Aby tento proud obvodem procházel, musí být obvod uzavřený (vodiče a zapojené součástky tvoří uzavřenou smyčku, obvod nesmí být rozpojený).

Veličiny, které jsme si uvedli, shrnuje následující tabulka. O jejich fyzikálním významu si povíme na konci tohoto textu.

název veličiny	značka veličiny	název jednotky	značka jednotky
napětí	U	volt	V
odpor	R	ohm	Ω
proud	I	ampér	A

Je samozřejmostí, že se používají i jednotky násobné jako: kΩ, MΩ, mA, kV, ...

V našich výpočtech budeme všechny součástky považovat za ideální. To znamená:

- baterie má stále stejné napětí,
- rezistor má jenom svůj elektrický odpor,
- vodiče nemají elektrický odpor ($R_{\text{vodič}} = 0\,\Omega$).

Na obrázku **??** je znázorněno elektrotechnické schéma nejednoduššího elektrického obvodu. Je zde použita baterie o napětí $U_1 = 6\,\mathrm{V}$ a rezistor o odporu $R_1 = 100\,\Omega$.

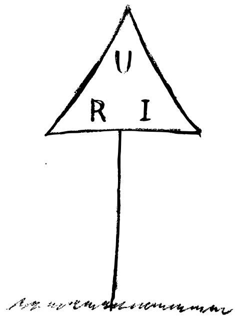
„Ohmova dopravní značka“

Nyní si povíme nejdůležitější vztah v tomto díle seriálu. Ohmův zákon vyjadřuje vztah

$$U = RI \,.$$

Nyní už umíme spočítat proud I_1 z předešlého odstavce.

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}$$
$$I_1 = \frac{6\,\mathrm{V}}{100\,\Omega}$$
$$I_1 = 0{,}06\,\mathrm{A} = 60\,\mathrm{mA}$$



Ohmův zákon neplatí pro všechny elektrotechnické součástky, ale pro rezistory platí. I přesto se používá často, protože se jiné součástky převedou na rezistory. Těmito součástkami se prozatím nebudeme zabývat.

Více odporů → více zábavy

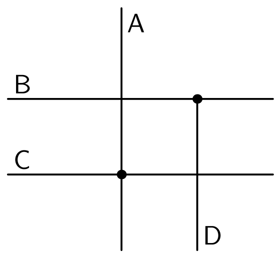
Aby to nebylo tak nudné, podíváme se na elektrotechnická zapojení s více rezistory než jenom s jedním jediným. Otázka ale je, jak ty rezistory budeme zapojovat. Základní zapojení jsou dvě a s nimi si určitě vystačíme hodně dlouho.

Křížení vodičů

Zatím jsme si neřekli, jak zakreslovat vodiče, které se kříží. Taky jsme to k ničemu ještě nepotřebovali.

Pokud bychom považovali všechny vodiče, které se kříží, za spojené, tak by některá zapojení nešla zakreslit. Proto se v místě křížení, kde jsou vodiče spojené, kreslí puntík.

Na obrázku 7 máme čtyři vodiče. Vodič A je spojen s vodičem C, ale ne s B ani D. K vodiči B se připojuje vodič D, který nepokračuje. Pro lepší přehlednost se zde puntík také kreslí.



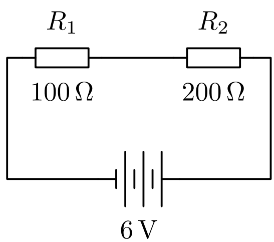
Obr. 7: Křížení vodičů

Sériové zapojení

Sériové zapojení („za sebou“) je z pohledu výpočtů jednodušší. Rezistory R_1 a R_2, které vidíme na obrázku 8, jsou zapojeny do série.

Elektrický proud si můžeme představit jako vodní proud, který teče od jednoho pólu baterie k druhému.

Tak si to nyní představme. Proud vyjde od kladného pólu k rezistoru R_2, pak dále k rezistoru R_1, až přijde k zápornému pólu. Protože se nikde jeho cesta nerozvětvuje, musí být velikost proudu všude stejná (nikde se nemůže část proudu ztrácet). To co z baterie vytéká, musí se taky vracet zpátky.



Obr. 8: Sériové zapojení

Jediné, co známe, je napětí na obou rezistorech dohromady. A to proto, že pro sériové zapojení platí

$$U = U_{R_1} + U_{R_2}\,.$$

Nevíme však, jak velká jsou jednotlivá napětí (U_{R_1} a U_{R_2}) na rezistorech. Proto si spočítáme celkový odpor obou rezistorů. Pro dva odpory zapojené v sérii platí

$$R = R_1 + R_2\,.$$

Ze schématu víme: $R_1 = 100\,\Omega$, $R_2 = 200\,\Omega$ a $U = 6\,\mathrm{V}$.

Celkový odpor bude $R = R_1 + R_2 = 100 + 200 = 300\,\Omega$. Pak proud $I = U/R = 6\,\mathrm{V}/300\,\Omega = 0{,}02\,\mathrm{A} = 20\,\mathrm{mA}$. Nyní víme, že oběma rezistory prochází proud 20 mA ($I = I_{R_1} = I_{R_2}$).

Protože už umíme vypočítat napětí podle Ohmova zákona, můžeme dopočíst napětí na jednotlivých rezistorech:

$$U_{R_1} = R_1 \cdot I_{R_1} = 100\,\Omega \cdot 0{,}02\,\mathrm{A} = 2\,\mathrm{V}$$
$$U_{R_2} = R_1 \cdot I_{R_2} = 200\,\Omega \cdot 0{,}02\,\mathrm{A} = 4\,\mathrm{V}$$

Dříve jsme si řekli, že platí $U = U_{R1} + U_{R2}$ a to můžeme ověřit

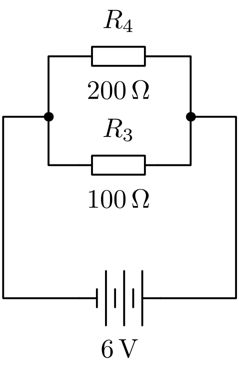
$$U = U_{R1} + U_{R2} = 2\,\mathrm{V} + 4\,\mathrm{V} = 6\,\mathrm{V}\,.$$

Nyní si shrneme, co jsme se dozvěděli o sériovém zapojení dvou rezistorů:

$$I = I_{R_1} = I_{R_2}$$
$$U = U_{R_1} + U_{R_2}$$
$$R = R_1 + R_2$$

Paralelní zapojení

Paralelní zapojení („vedle sebe“) je trochu složitější. Rezistory R_3 a R_4, které vidíme na obrázku 9, jsou zapojeny paralelně.



Obr. 9: Paralelní zapojení

Elektrický proud, který si zase představíme jako vodní proud, vytéká z kladného pólu baterie. Pak se rozvětvuje a část teče rezistorem R_3 a zbytek rezistorem R_4. Proto platí

$$I = I_3 + I_4\,.$$

Napětí na každém rezistoru je stejné

$$U = U_3 = U_4\,.$$

Pro celkový odpor platí:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\,.$$

Pokud ze vzorce vyjádříme R, dostáváme:

$$R = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

Ze schématu víme, že $R_3 = 100\,\Omega$, $R_4 = 200\,\Omega$ a $U = 6\,\mathrm{V}$. Celkový odpor bude

$$R = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{100\,\Omega \cdot 200\,\Omega}{100\,\Omega + 200\,\Omega} = \frac{200}{3}\,\Omega \doteq 66{,}7\,\Omega$$

a velikost celkového proudu je

$$I = \frac{U}{R} = \frac{6\,\mathrm{V}}{\frac{200}{3}\,\Omega} = \frac{9}{100}\,\mathrm{A} = 0{,}09\,\mathrm{A} = 90\,\mathrm{mA}\,.$$

Nakonec ještě dopočítáme proudy v jednotlivých větvích. Známe $R_3 = 100\,\Omega$ a $U_3 (= U) = 6\,\mathrm{V}$. Pro proud I_3 použijeme Ohmův zákon

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{6\,\mathrm{V}}{100\,\mathrm{A}} = 0{,}06\,\mathrm{A} = 60\,\mathrm{mA}\,.$$

Známe $R_4 = 200\,\Omega$ a $U_4 (= U) = 6\,\mathrm{V}$. Pro proud I_4 použijeme také Ohmův zákon:

$$I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \frac{6\,\mathrm{V}}{200\,\Omega} = 0{,}03\,\mathrm{A} = 30\,\mathrm{mA}\,.$$

Stále musí platit $I = I_3 + I_4 = 0{,}06\,\mathrm{A} + 0{,}03\,\mathrm{A} = 0{,}09\,\mathrm{A} = 90\,\mathrm{mA} = I$.

Nyní si shrneme, co jsme se dozvěděli o paralelním zapojení dvou rezistorů:

$$I = I_{R_3} + I_{R_4}$$
$$U = U_{R_3} = U_{R_4}$$
$$R = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

Fyzikální význam elektrických veličin

Elektrické napětí

Na každém místě libovolného předmětu je elektrický potenciál. Mohli bychom říci, že určuje „přebytek kladných nábojů“ na daném místě oproti rovnovážnému stavu. Napětí je rozdíl těchto potenciálů. Jeho velikost je určena prací potřebnou k přenosu nabitých částic (přenos je „pracný“ kvůli elektrické síle mezi nabitými částicemi). Mezi dvěma místy je napětí 1 V právě tehdy, když k přenosu náboje 1 C se vykoná práce 1 J.

(Abyste si udělali představu, náboj jednoho elektronu je $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$. Jinými slovy, náboj 1 C nese stěží představitelné množství $1\,\mathrm{C}/e = 6{,}242 \cdot 10^{18}$ elektronů. Pokud je k přenosu tohoto množství elektronů z místa A s nižším potenciálem do místa B s vyšším potenciálem potřeba dodat energii 1 J, řekneme, že napětí mezi body B a A je 1 V.)

Elektrický proud

Elektrický proud je uspořádaný tok volných nosičů (v kovech elektronů) elektrického náboje v látce. Elektrický proud je definován jako náboj, který projde průřezem vodiče za daný čas

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}\,.$$

Elektrický odpor

Elektrický odpor je jev, který vzniká v důsledku srážek elektronů, které vedou elektrický proud, s atomy krystalové mřížky. Elektrický odpor vodiče je závislý mj. na látce, z níž se vodič skládá, na rozměrech vodiče a na teplotě. Je-li vodič válcového tvaru, závislost odporu na látce a rozměrech vyjadřuje vztah

$$R = \varrho \cdot \frac{l}{s}\,,$$

kde l je délka vodiče, s je obsah příčného průřezu vodiče a ϱ je měrný elektrický odpor, který charakterizuje látku, z níž je vodič vyroben.

Úloha II.C ... seriálová 5 bodů

a) Vypočtěte proudy I_{2a}, I_{3a} a I_{4a} ve stejném elektrickém obvodu jako na obrázku **??**, když budeme postupně odebírat jednotlivé články baterie ($U_2 = 4{,}5\,\mathrm{V}$, $U_3 = 3\,\mathrm{V}$ a $U_4 = 1{,}5\,\mathrm{V}$). Vypočtené proudy zobrazte do grafu (závislost proudu na napětí). Co pozorujeme?

b) Vypočtěte proudy I_{2b}, I_{3b} a I_{4b} ve stejném elektrickém obvodu jako na obrázku **??**, když budeme postupně vyměňovat rezistor R_1 za rezistory $R_2 = 200\,\Omega$, $R_3 = 300\,\Omega$ a $R_4 = 400\,\Omega$. Vypočtené proudy zobrazte do grafu (závislost proudu na odporu). Co pozorujeme?

c) Na obrázku **??** je elektrotechnické schéma, které zobrazuje zdroj a tři rezistory v serio-paralelním zapojení. Vypočtěte celkový odpor. Dále vypočtěte napětí a proudy na jednotlivých rezistorech.

Pořadí řešitelů po I. sérii

Kategorie šestých ročníků

	jméno	škola	1	2	3	4	E	C	I	%	Σ
	Student Pilný	MFF UK	2	4	4	5	6	–	**21**	*21*	
1.	*Olga Krumlová*	–	–	–	–	–	3	–	**3**	*3*	

Kategorie sedmých ročníků

	jméno	škola	1	2	3	4	E	C	I	%	Σ
	Student Pilný	MFF UK	2	4	4	5	6	–	**21**	*21*	
1.	*Mikuláš Plešák*	G Jablonec nad Nisou	1	2	2	1	4	–	**10**	*10*	
2.	*Jan Preiss*	G Lovosice	2	2	0	2	1	–	**7**	*7*	
3.	*Martin Orság*	G Vyškov	2	–	–	3	–	–	**5**	*5*	
3.	*Pham The Huynh Duc*	G Šumperk	0	2	2	0	1	–	**5**	*5*	
5.	*Jan Macháček*	G Holešov	–	–	0	–	3	–	**3**	*3*	
6.	*Adéla Hanková*	G Lovosice	2	–	–	–	–	–	**2**	*2*	

Kategorie devátých ročníků

	jméno	škola	1	2	3	4	E	C	I	%	Σ
	Student Pilný	MFF UK	2	4	4	5	6	–	**21**	*21*	
1.	*Zdeněk Nekula*	ZŠ Prosiměřice	1	4	5	5	5	–	**20**	*20*	
2.	*Marek Janka*	Slovanské G Olomouc	2	4	4	5	4	–	**19**	*19*	
3.	*Anna Kovářiková*	RG a ZŠ Prostějov	2	2	2	1	5	–	**12**	*12*	
4.	*Josef Kolář*	ZŠ Litovel, Vítězná	1	2	2	2	4	–	**11**	*11*	
4.	*Klára Stefanová*	G B. Němcové Hradec Králové	1	4	2	4	–	–	**11**	*11*	
4.	*Matěj Hrabal*	G Uherské Hradiště	2	2	2	3	2	–	**11**	*11*	
7.	*Čeněk Krejčí*	ZŠ a MŠ Nebušice	1	2	2	2	1	–	**8**	*8*	
7.	*Dušan Klíma*	GFMP Rychnov nad Kněžnou	1	2	3	0	2	–	**8**	*8*	
7.	*Zuzana Viceníková*	G Uherské Hradiště	0	0	2	2	4	–	**8**	*8*	
10.	*Daniel Pišťák*	G Ch. Dopplera Praha	2	2	1	2	–	–	**7**	*7*	
10.	*Vojtěch Hýbl*	G8 Mladá Boleslav	0	2	2	2	1	–	**7**	*7*	
12.	*Ester Sgallová*	G Ch. Dopplera Praha	2	4	–	–	–	–	**6**	*6*	
12.	*Filip Šmejkal*	G Uherské Hradiště	0	0	2	1	3	–	**6**	*6*	
12.	*Gabriela Šmejkalová*	G Uherské Hradiště	0	0	2	1	3	–	**6**	*6*	
15.	*Aneta Doležalová*	ZŠ Nížkov	2	–	3	–	–	–	**5**	*5*	
15.	*Jan Hladík*	G Ch. Dopplera Praha	2	2	1	–	–	–	**5**	*5*	
15.	*Martin Rajdl*	G Ch. Dopplera Praha	–	1	2	–	2	–	**5**	*5*	
15.	*Tomáš Vymazal*	RG a ZŠ Prostějov	0	2	2	1	0	–	**5**	*5*	
19.	*William Tatarko*	G Ch. Dopplera Praha	2	–	2	–	–	–	**4**	*4*	
20.	*Michal Kunc*	G Ch. Dopplera Praha	2	–	–	1	–	–	**3**	*3*	
20.	*Tomáš Pauček*	G Ch. Dopplera Praha	–	–	–	0	3	–	**3**	*3*	
22.	*Marek Otýpka*	G Židlochovice	–	0	–	–	2	–	**2**	*2*	
23.	*Lukáš Skořepa*	G Ch. Dopplera Praha	–	–	–	1	0	–	**1**	*1*	
23.	*Michal Drašnar*	G Ch. Dopplera Praha	–	–	–	1	0	–	**1**	*1*	
25.	*Kryštof Rühr*	G Ch. Dopplera Praha	–	–	–	–	–	–	**0**	*0*	

Kategorie osmých ročníků

	jméno	**škola**	**1**	**2**	**3**	**4**	**E**	**C**	**I**	%	Σ
	Student Pilný	MFF UK	2	4	4	5	6	–	**21**	*21*	
1.	*Jáchym Bártík*	G Havlíčkův Brod	2	4	4	3	5	–	**18**	*18*	
2.	*Martin Štyks*	G Lovosice	2	3	2	4	6	–	**17**	*17*	
3.	*Simona Gabrielová*	G České Budějovice, Jírovcova	1	3	5	2	5	–	**16**	*16*	
4.	*Klára Ševčíková*	G Uherské Hradiště	2	2	4	3	4	–	**15**	*15*	
5.	*Matěj Mezera*	ZŠ Havlíčkův Brod, Nuselská	2	1	2	4	5	–	**14**	*14*	
6.	*Jan Holásek*	G Ústí nad Orlicí	2	4	4	2	1	–	**13**	*13*	
6.	*Vjačeslav Horbač*	G Liberec, Jeronýmová	1	4	3	2	3	–	**13**	*13*	
8.	*Jaromír Mielec*	G Ostrava-Zábřeh	2	4	2	3	–	–	**11**	*11*	
8.	*Tomáš Macek*	Jiráskovo G Náchod	2	2	3	3	1	–	**11**	*11*	
10.	*Dinh Huy Nhat Minh*	G Kadaň	2	4	3	1	–	–	**10**	*10*	
10.	*Jaroslav Janoš*	G Zlín, Lesní čtvrť	2	4	–	4	–	–	**10**	*10*	
10.	*Lucie Hronová*	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	2	4	–	–	4	–	**10**	*10*	
10.	*Martina Fusková*	G Uherské Hradiště	2	2	2	4	–	–	**10**	*10*	
10.	*Zuzana Matůšová*	CZŠ Veselí nad Moravou	1	2	2	1	4	–	**10**	*10*	
15.	*Jan Ondruš*	Gymnázium Ostrov	2	4	0	2	1	–	**9**	*9*	
15.	*Sebastian Duarte*	G Ch. Dopplera Praha	2	4	3	–	–	–	**9**	*9*	
17.	*Jan Kašník*	Gymnázium Cheb	0	2	2	1	3	–	**8**	*8*	
17.	*Kateřina Zemková*	GOB Telč	2	–	2	1	3	–	**8**	*8*	
17.	*Matěj Štula*	GSOŠPg Liberec	2	2	3	1	–	–	**8**	*8*	
17.	*Tamara Maňáková*	G Šumperk	1	3	–	–	4	–	**8**	*8*	
21.	*Jonáš Uřičář*	CZŠ Veselí nad Moravou	2	2	0	1	2	–	**7**	*7*	
22.	*Aleksej Gaj*	G Ch. Dopplera Praha	0	3	2	1	–	–	**6**	*6*	
22.	*David Žáček*	G Ch. Dopplera Praha	2	–	2	2	–	–	**6**	*6*	
22.	*Kačka Feslová*	G Ch. Dopplera Praha	0	3	3	–	–	–	**6**	*6*	
22.	*Klára Slováčková*	G Ch. Dopplera Praha	2	3	1	–	–	–	**6**	*6*	
22.	*Sebastian Janda*	G Ch. Dopplera Praha	–	2	3	–	1	–	**6**	*6*	
22.	*Vojtěch Dědek*	G Ch. Dopplera Praha	2	2	–	2	–	–	**6**	*6*	
28.	*Jakub Mohaupt*	ZŠ Dr. Miroslava Tyrše 8.C	2	1	2	–	0	–	**5**	*5*	
28.	*Markéta Holubová*	G Ch. Dopplera Praha	2	2	1	–	–	–	**5**	*5*	
28.	*Ondřej Altman*	G Ch. Dopplera Praha	2	2	1	–	–	–	**5**	*5*	
28.	*Tereza Čechová*	G Ch. Dopplera Praha	0	4	1	–	–	–	**5**	*5*	
32.	*František Couf*	G Ch. Dopplera Praha	1	0	–	3	–	–	**4**	*4*	
32.	*Jakub Matějka*	G Ch. Dopplera Praha	2	2	0	–	–	–	**4**	*4*	
32.	*Martin Griner*	G Ch. Dopplera Praha	–	2	1	–	1	–	**4**	*4*	
32.	*Miky Hosnedl*	G Ch. Dopplera Praha	–	1	1	2	–	–	**4**	*4*	
32.	*Tomáš Hlavatý*	G Kadaň	0	4	0	–	–	–	**4**	*4*	
32.	*Tomáš Volejník*	G Ch. Dopplera Praha	2	–	2	–	–	–	**4**	*4*	
38.	*Edvard Lanz*	G Ch. Dopplera Praha	1	–	–	–	2	–	**3**	*3*	
38.	*Matěj Coufal*	G Havlíčkův Brod	2	–	–	1	0	–	**3**	*3*	
40.	*Miloš Müller*	ZŠ Jesenice	–	2	–	–	–	–	**2**	*2*	
40.	*Petr Chmel*	Dvořákovo G Kralupy nad Vltavou	2	–	–	–	–	–	**2**	*2*	
42.	*Roman Chasák*	ZŠ a MŠ J. Schrotha, Lipová-lázně	–	–	–	–	–	–	**0**	*0*	
42.	*Tereza Doležalová*	ZŠ a MŠ Otnice	–	–	–	–	–	–	**0**	*0*	

FYKOS – Výfuk
UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta
Ústav teoretické fyziky
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: `http://vyfuk.fykos.cz`
e-mail pro řešení: `vyfuk-reseni@fykos.cz`
e-mail: `vyfuk@fykos.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte `http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/`.