Úloha II.C ... seriálová

5 bodů; průměr 3,94; řešilo 35 studentů

*a) Vypočtěte proudy I_{2a}, I_{3a} a I_{4a} ve stejném elektrickém obvodu jako na obrázku **??**, když budeme postupně odebírat jednotlivé články baterie ($U_2 = 4{,}5\,\mathrm{V}$, $U_3 = 3\,\mathrm{V}$ a $U_4 = 1{,}5\,\mathrm{V}$). Vypočtené proudy zobrazte do grafu (závislost proudu na napětí). Co pozorujeme?*

*b) Vypočtěte proudy I_{2b}, I_{3b} a I_{4b} ve stejném elektrickém obvodu jako na obrázku **??**, když budeme postupně vyměňovat rezistor R_1 za rezistory $R_2 = 200\,\Omega$, $R_3 = 300\,\Omega$ a $R_4 = 400\,\Omega$. Vypočtené proudy zobrazte do grafu (závislost proudu na odporu). Co pozorujeme?*

*c) Na obrázku **??** je elektrotechnické schéma, které zobrazuje zdroj a tři rezistory v serioparalelním zapojení. Vypočtěte celkový odpor. Dále vypočtěte napětí a proudy na jednotlivých rezistorech.*

a) Vypočteme proudy I_{2a}, I_{3a} a I_{4a}:

$$I_{2a} = \frac{U_2}{R_1} = \frac{4{,}5\,\mathrm{V}}{100\,\Omega} = 0{,}045\,\mathrm{A} = 45\,\mathrm{mA}\,,$$
$$I_{3a} = \frac{U_3}{R_1} = \frac{3\,\mathrm{V}}{100\,\Omega} = 0{,}03\,\mathrm{A} = 30\,\mathrm{mA}\,,$$
$$I_{4a} = \frac{U_4}{R_1} = \frac{1{,}5\,\mathrm{V}}{100\,\Omega} = 0{,}015\,\mathrm{A} = 15\,\mathrm{mA}\,.$$

Do grafu můžeme zakreslit i proud I_1, který jsme vypočítali v textu seriálu. V grafu 1a vidíme důležitou vlastnost – proud I elektrickým odvodem je přímo úměrný napětí U na zdroji.

b) Z Ohmova zákona vypočteme proudy I_{2b}, I_{3b} a I_{4b}:

$$I_{2b} = \frac{U_1}{R_2} = \frac{6\,\mathrm{V}}{200\,\Omega} = 0{,}030\,\mathrm{A} = 30\,\mathrm{mA}\,,$$
$$I_{3b} = \frac{U_1}{R_3} = \frac{6\,\mathrm{V}}{300\,\Omega} = 0{,}020\,\mathrm{A} = 20\,\mathrm{mA}\,,$$
$$I_{4b} = \frac{U_1}{R_4} = \frac{6\,\mathrm{V}}{400\,\Omega} = 0{,}015\,\mathrm{A} = 15\,\mathrm{mA}\,.$$

Při vykreslování grafu můžeme opět použít i proud I_1. Z grafu 1b vidíme druhou důležitou vlastnost – proud I elektrickým obvodem je nepřímo úměrný celkovému odporu R.

c) Nejprve vypočteme celkový odpor R_{56} rezistorů R_5 a R_6

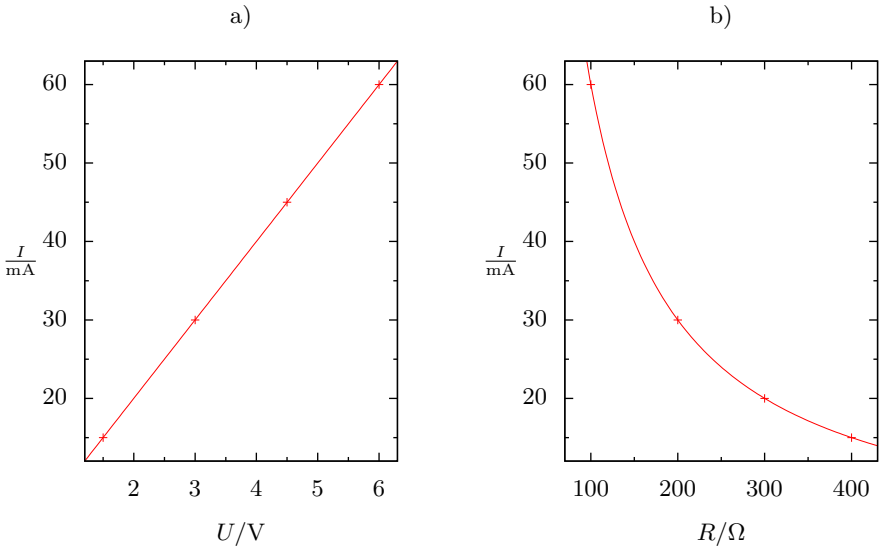
$$R_{56} = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} = \frac{300\,\Omega \cdot 400\,\Omega}{300\,\Omega + 400\,\Omega} = \frac{120000}{700}\,\Omega = \frac{1200}{7}\,\Omega \doteq 171{,}4\,\Omega\,.$$

Potom spočteme celkový odpor R rezistorů R_{56} a R_7

$$R = R_{56} + R_7 = \frac{1200}{7}\,\Omega + 500\,\Omega = \frac{4700}{7}\,\Omega \doteq 671{,}4\,\Omega\,.$$

Nyní vypočteme proud protékající celým obvodem pomocí Ohmova zákona.

$$I = \frac{U}{R} = \frac{6\,\mathrm{V}}{\frac{4700}{7}\,\Omega} = \frac{42}{4700}\,\mathrm{A} \doteq 0{,}00894\,\mathrm{A} = 8{,}94\,\mathrm{mA}$$



Obr. 1: Grafické vyjádření Ohmova zákona

Tento proud prochází rezistorem R_7. Rezistorem R_6 prochází proud I_6 a rezistorem R_5 prochází proud I_5, pro které platí

$$I_5 + I_6 = I\,.$$

Na obou rezistorech (R_6 i R_5) je stejné napětí U_{56}. Napětí U_7 na rezistoru R_7 vypočteme jako

$$U_7 = R_7 I = 500\,\Omega \cdot \frac{42}{4700}\,\mathrm{A} = \frac{210}{47}\,\mathrm{V} \doteq 4{,}47\,\mathrm{V}\,.$$

Napětí na rezistorech R_5 a R_6 je „zbytek“ do celkového napětí zdroje.

$$U_{56} = U - U_7 = 6\,\mathrm{V} - \frac{210}{47}\,\mathrm{V} = \frac{72}{47}\,\mathrm{V} \doteq 1{,}53\,\mathrm{V}$$

Nakonec vypočteme proudy I_5 a I_6, které tekou rezistory R_5 a R_6:

$$I_5 = \frac{U_{56}}{R_5} = \frac{\frac{72}{47}\,\mathrm{V}}{300\,\Omega} = \frac{6}{1175}\,\mathrm{A} \doteq 0{,}00511\,\mathrm{A} = 5{,}11\,\mathrm{mA}$$
$$I_6 = \frac{U_{56}}{R_6} = \frac{\frac{72}{47}\,\mathrm{V}}{400\,\Omega} = \frac{9}{2350}\,\mathrm{A} \doteq 0{,}00383\,\mathrm{A} = 3{,}83\,\mathrm{mA}\,.$$

Jako kontrola (že se nám žádný proud neztrácí ani nevytváří) nám poslouží součet proudů I_5 a I_6, který se musí rovnat celkovému proudu I. Toto skutečně platí.
Tím jsme vypočítali všechny proudy a napětí na jednotlivých rezistorech.

Poznámky k došlým řešením

Někteří z vás postupovali jinak, než je zde uvedeno. Většinou jste spočítali napětí $U_{56} = R_{56}I_{56}$ (kde $I_{56} = I_5 + I_6 = I_7 = I$) a součtem $U_{56} + U_7$ zkontrolovali správnost.
Část z vás počítala proudy I_5 a I_6 z opačného poměrů odporů R_6 a R_5, když věděla jejich součet, což je také korektní.

Petr Pecha
xlfd@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/.