

## Úloha II.4 ... Duhová

2 body; průměr 1,60; řešilo 57 studentů

Co uvidí člověk, když si stoupne na konec duhy?

Dominika se zadávala do duhy. (FYKOS)



Nejdříve krátce popíšeme, jak duha vzniká. Většinou ji vidáme v dešti, na který svítí slunce. Za duhu je zodpovědná ta část světla, která se uvnitř kapky jednou odrazí zevnitř o stěnu a poté kapku opustí (vizte obrázek 1).

Budeme-li zkoumat úhel  $\vartheta$ , který svírá paprsek vcházející do kapky a paprsek z ní vycházející, zjistíme, že nemůže překročit určitou hodnotu ( $\vartheta_m$ ) závislou na indexu lomu. Z každé kapky tedy vychází kužel takovýchto paprsků, který má vrcholový úhel  $\vartheta_m$ . K pozorovateli pak tyto paprsky přicházejí pouze od kapek, které se nacházejí uvnitř kužele o vrcholovém úhlu  $\vartheta_m$  odvráceného od slunce. Intenzita přicházejících paprsků závisí na úhlu, ze kterého přicházejí. Jak se úhel blíží k  $\vartheta_m$ , roste intenzita k nekonečnu. Graf na obrázku 2 schematicky znázorňuje tuto závislost. Hranice tohoto kužele je tedy velice jasná. Jelikož je voda (jako v podstatě každý materiál) prostředím opticky dispersní, závisí index lomu na vlnové délce. Čím je vlnová délka větší, tím je menší index lomu. Duha vzniká proto, že kužel, ze kterého přichází odražené modré světlo, je menší než kužel, ze kterého přichází červené světlo. Výrazná hranice je jinde pro každou barvu, a proto vidíme duhu.

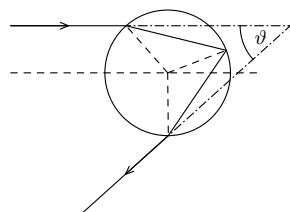
Protože vnější barva duhy je červená (s nejmenším indexem lomu), můžeme usoudit, že čím menší je index lomu, tím větší je kužel. Pokud by přšel materiál o jiném indexu lomu, byl by daný kužel a tedy úhlový poloměr duhy jiný. Pro vyšší index lomu by byla duha menší.

Vzorec pro  $\vartheta_m$  není příliš složitý a nadšenci si jej mohou odvodit.<sup>1</sup>

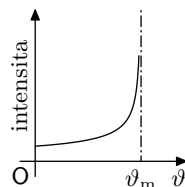
$$\vartheta_m = 4 \arcsin \sqrt{\frac{4 - n^2}{3n^2}} - 2 \arccos \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}},$$

kde  $n$  je index lomu.

Indexu lomu vody  $n = 1,33$  odpovídá úhel  $\vartheta_m = 42^\circ$ . Pokud se v daném směru všude nacházejí kapky vody, na nichž se může světlo odrážet, duha tvoří „kružnici“ se stále stejným úhlovým poloměrem  $42^\circ$ . Zpravidla však vidíme pouze tu část duhy, která je nad obzorem (poněvadž pouze tam je dostatek dešťových kapek na to, abychom něco zpozorovali; nicméně vytvoříme-li dostatek malých kapiček rozprašovačem, můžeme duhu vidět celou).



Obr. 1: Odraz a lom paprsku v kulové kapce



Obr. 2: Závislost intenzity na úhlu pozorování

<sup>1</sup>Význam funkcí arcsin, arccos je objasněn v seriálu dále.

Pro řešení úlohy je podstatná především skutečnost, že úhlový poloměr duhy je stále stejný, bez ohledu na naše umístění. Ať se k duze tedy budeme „přibližovat“ jakkoliv, její „vzdálenost“ od nás bude stále stejná.

Na konec duhy tedy nelze dojít. Nedá se k ní přiblížit a navíc je, potvora, kruhová.

### *Poznámky k došlým řešením*

Někteří řešitelé argumentovali skutečností, že zjevení duhy je podmíněno přítomností kapek vody. Za konec duhy lze tedy považovat místo, kde končí déšť, na němž se světlo odráží a rozkládá.

Všichni řešitelé dle očekávání odpověděli víceméně správně v tom smyslu, že na konec duhy nelze dojít nebo že konec duhy je na konci deště. Při hodnocení jsme tedy přihlíželi téměř výhradně k přesnosti a srozumitelnosti zdůvodnění uvedeného závěru.

*Jáchym Sýkora*  
jachym@fykos.cz

*Marek Nečada*  
marekn@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.