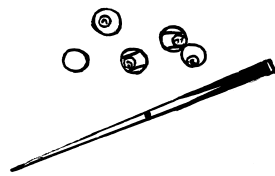


Úloha V.1 . . . Orientální kulečník

5 bodů; průměr 2,93; řešilo 14 studentů

Výfuček bloumal uličkami malého perského městečka, když narazil na záhadného muže. Ten mu nabídl odměnu, pokud uhodne, kterou ze čtyř koulí trefí ta jeho. Stoupl si k netradičnímu kulečnickovému stolu a zamířil tágem na svou kouli, která ležela uprostřed. Na stole o rozměrech 9 m krát 3 m měl ještě další čtyři koule umístěné na souřadnicích $[3\text{ m}; 1\text{ m}]$, $[6\text{ m}; 1\text{ m}]$, $[3\text{ m}; 2\text{ m}]$, $[6\text{ m}; 2\text{ m}]$ (měřeno od dolního levého rohu; tedy na průsečících



přímek, které jsou kolmé ke stranám stolu a vedou první a druhou třetinou). Výfuček si všiml, že koule narazí do jedné z kratších stěn ve vzdálenosti $d = 0,55\text{ m}$ od rohu. Pomůžete mu zjistit, kterou kouli kulečnickový chlapík trefí? Pod jakými úhly se odrazí od stěn, do kterých cestou narazí? V jakých vzdálenostech od rohů stolu do stěn narazí?

Úlohu řešte graficky – ve vámi zvoleném měřítku si narýsujte obrázek, v něm vše určete a nezapomeňte přepočítat zpět na rozměry z města. Kulečnickové koule jsou opravdu malé, takže je můžeme nahradit body.

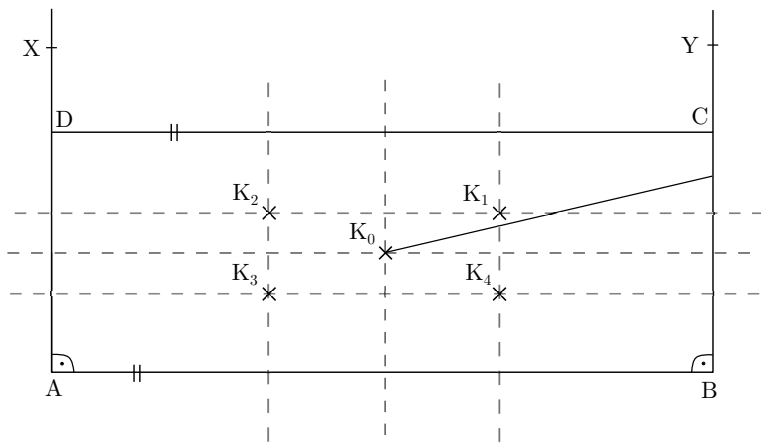
Abychom mohli úlohu pohodlně řešit pomocí nákresu, budeme muset zadané délky přepočítat na menší, které vykazují stejné vlastnosti. Samozřejmě by bylo možné si řešení narýsovat křídou např. na parkoviště v původní velikosti, ale my chceme řešit na papír, ať už kvůli velikosti, pohodlnosti, nebo neveliké nabídce potřebných pravítek. Z geometrie víme, že pokud zachováme stejné poměry stran geometrických obrazců, tak se úhly v nich nezmění. Můžeme si to představit tak, jako bychom si na papír narýsovali čtverec a posouvali si ho dále nebo blíže k sobě. Z každého pohledu čtverec uvidíme jinak velký (přestože jeho velikost na papíře se nemění), ale v rozích bude mít stále pravé úhly.

Začneme tím, že si zvolíme nějaké pohodlné číslo x . Tímto x budeme upravovat všechny vzdálenosti. Vše zadané (tedy délky stran stolu a vzdálenost prvního bodu odrazu koule) x krát zmenšíme, tzn. vydělíme je naším x . Všechny vzdálenosti tedy zmenšíme stejně a poměry stran se zachovají. Číslo x volíme tak, aby se nákres vešel na papír. Pro přesnost a zároveň jednoduchost si pomůžeme číslem, které dobře dělí násobky 3. Zvolíme papír o velikosti A3. Konkrétní x jsme poté v našem případě zvolili 30. Díky $x = 30$ bude velikost kulečnickového stolu 30 cm na 10 cm. (Pozn.: nákresy ve vzorovém řešení jsou však kresleny počítačem.)

Narýsujeme kulečnickový stůl z takto zmenšených délek ($9\text{ m}/x$, $3\text{ m}/x$) a vyznačíme si první bod odrazu koule ($0,55\text{ m}/x$ od rohu stolu na kratší straně). Kromě toho ještě vyznačíme pozice všech pěti koulí. I se zmenšením stále platí, že čtyři stojí ve třetinách délek stran a jedna, do které záhadný muž strčí, stojí ve středu stolu. Koule si vyznačíme jako body¹, nikoliv velké puntíky, protože by se při méně přesném rýsování mohlo stát, že některou trefíme, ač by trefená být neměla. Poslední věcí, kterou můžeme narýsovat přímo ze zadání, je první část trajektorie koule. Spojíme přímkou kouli a první bod odrazu.

Nyní, když máme první část trajektorie, musíme zjistit, pod jakým úhlem se koule odrazí. Tento úhel nám řekne zákon odrazu, který říká, že úhel dopadu se rovná úhlu odrazu. Správný způsob, jak tento zákon aplikovat, spočívá v narýsování si kolmice dopadu (kolmice na povrch procházející bodem dopadu) a přenesení úhlu na druhou část kolmice dopadu. Úhel mezi do-

¹Body se značí jako „křížky“ a nikoliv jako „kuličky“, aby se symbolicky zachoval jejich geometrický význam jako průsečík dvou přímek.



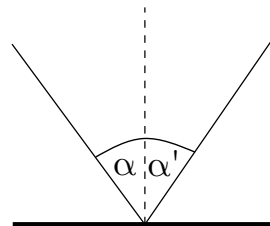
Obr. 1: První krok

padovou trajektorií a kolmicí dopadu doporučujeme přenášet kružítkem, avšak i přesná práce odvedená úhloměrem by měla být v tomto případě dostatečná.

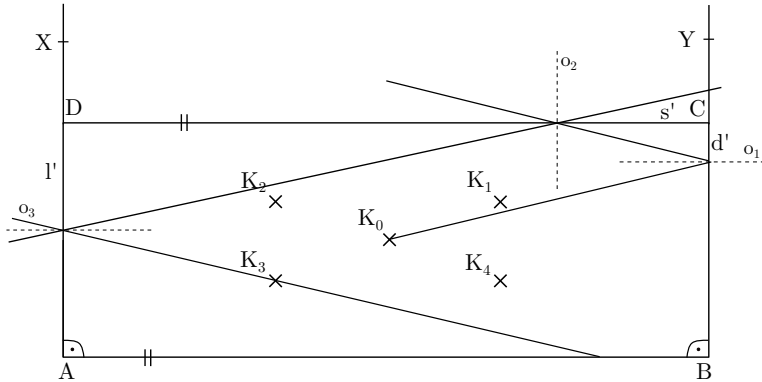
Tento postup opakujeme do doby, než se nám trajektorie protne s některou z koulí. Správně tato situace měla nastat po třetím odrazu od stěny. Její poloha se bude lišit podle toho, kde v obrázku jste zvolili první bod odrazu. Platí však vždy, že strefená je pokaždé ta koule, kterou pohybuující se nechává na počátku za sebou, což by přihlížející diváci nejméně čekali (v tomto případě K_3).

Abychom zjistili odpověď na ostatní otázky, zbývá měřit. Nejjednodušší budou úhly, protože ty se (jak už jsme zmínili) nemění, tedy není třeba nic přepočítávat. Zajímá nás úhel, který trajektorie koule svírá se stranou stolu. Pro první odraz naměříme přibližně $\alpha_1 \approx 78^\circ$, pro druhý $\alpha_2 \approx 12^\circ$ a pro třetí $\alpha_3 \approx 78^\circ$. Dostaneme sice zaokrouhlený výsledek, avšak při řešení některých složitějších problémů je vhodné si poradit i takto, když nutně potřebujeme číslo do dalšího výpočtu, ale netušíme, jak jej získat počítáním (nebo by to bylo příliš složité). V tomto případě bychom přesné hodnoty úhlů mohli spočítat pomocí goniometrických funkcí.

Pokračujme vzdálenostmi. První bod odrazu máme zadáný, tam nic měřit nemusíme. Pro druhý změříme naši vzdálenost s' od stejného rohu stolu, jako jsme určovali umístění bodu prvního odrazu a vynásobíme ji oním x , které jsme si na začátku zvolili. Výsledná vzdálenost od vybraného rohu stolu tedy pro druhý bod odrazu bude $s = s' \cdot x \approx 2,6$ m. Pro třetí bod odrazu provedeme totéž, určíme vzdálenost například od rohu na průsečniku stěny, kde se koule odrazila podruhé, a stěny, kde došlo ke třetímu odrazu. Zde dostaneme vzdálenost $l = l' \cdot x \approx 1,4$ m. Zájemci si i zde mohou zkusit vypočítat přesné vzdálenosti. Opět to však bude vyžadovat



Obr. 2: Zákon odrazu, zde $\alpha' = \alpha$, to samé však platí pro protější úhly při povrchu.



Obr. 3: Odrazy koule

složitější úvahu a mnohem více výpočtů.

Martin Kysela

`martink@vyfuk.mff.cuni.cz`

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.