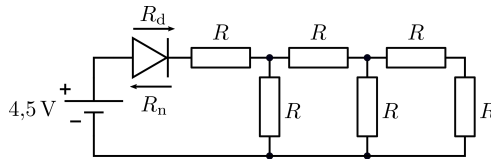


Úloha III.4 ... Obvody s diodou

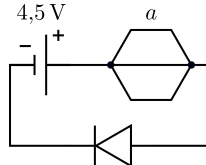
7 bodů; průměr 4,53; řešilo 38 studentů

1. Na prvním obrázku vidíme obvod se stejnými odpory $R = 100 \Omega$ a diodou. Pokud touto diodou prochází proud alespoň $I_d = 20 \text{ mA}$, rozsvítí se. Dioda má odpor $R_d = 1 \Omega$ v povoleném směru proudu (tj. tam, kam ukazuje trojúhelník) a odpor $R_n = 10\,000 \Omega$ ve směru opačném.

- Bude dioda svítit, pokud je napětí na zdroji $U_z = 4,5 \text{ V}$?
- Pokud bychom diodu zapojili opačně, jaké napětí by muselo být na zdroji, aby dioda svítila?



2. Na druhém obrázku máme jako odpor pravidelný šestiúhelník s úhlopříčkou. Je vyroben z odporového drátu s délkovým odporem $\rho_l = 1 \Omega \cdot \text{m}^{-1}$. Jak nejvýše dlouhá může být jeho strana a , aby při připojení ke zdroji o napětí U_z dioda svítila? Uvažujte obě zapojení diody. Odpor vodičů, kterými připojíme zdroj a diodu k šestiúhelníku, zanedbejte.



1. Nejdříve určíme celkový odpor ze všech odporů R – diodu máme k těmto odporům sériově zapojenou, takže se jí budeme zabývat až na konec. Budeme postupně nahrazovat rezistory tak, aby se jejich celkový odpor nezměnil, přičemž postupujeme zprava.

Připomeneme si, že pokud jsou dva rezistory sériově, tak stačí jejich odpory sečíst, pokud jsou paralelně, pak platí vzorec

$$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y},$$

kde R_v je výsledný odpor a R_x a R_y jsou dílčí paralelně zapojené odpory.

Dva rezistory nejvíce vpravo jsou zapojeny do série, můžeme je tak nahradit jedním rezistorem o odporu $2R$. Poté jsou spojeny s jedním rezistorem paralelně, takže celkově tuto soustavu tří rezistorů nahradíme jedním o odporu

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} \Rightarrow R_1 = \frac{2R}{3}.$$

K tomuto jednomu myšlenému rezistoru máme opět připojen jeden sériově – dohromady mají odpor $5R/3$. Další je opět paralelní, takže máme

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} + \frac{3}{5R} \Rightarrow R_2 = \frac{5R}{8}.$$

A konečně k tomuto dalšímu myšlenému rezistoru je opět sériově připojen jeden poslední rezistor. Celkově tak má soustava rezistorů odpor

$$R_c = R_2 + R = \frac{13R}{8} \doteq 163 \Omega.$$

Nyní se dostaneme k zodpovězení otázek.

- Dioda bude svítit, pokud jí prochází alespoň proud I_d . Musíme tedy vypočítat procházející proud a porovnat ho s I_d . Proud vypočítáme podle Ohmova zákona (nesmíme k celkovému odporu rezistorů zapomenout připočíst odpor sériově zapojené diody)

$$I = \frac{U_z}{R_c + R_d} = \frac{4,5 \text{ V}}{163 \Omega + 1 \Omega} \doteq 27 \text{ mA}.$$

Proud procházející obvodem je vyšší než I_d , takže dioda se rozsvítí.

- Nyní máme zadaný vlastně minimální proud, jaký musí téct obvodem – jedná se o proud I_d , při kterém se dioda rozsvítí. Opět vyjdeme z Ohmova zákona, ale tentokrát se ptáme na napětí

$$U = (R_n + R_c)I_d = (10\,000 \Omega + 163 \Omega) \cdot 0,02 \text{ A} \doteq 203 \text{ V}.$$

V obou otázkách byl vždy jeden z odporů zanedbatelný – v první to byl odpor diody, ve druhé odpor rezistorů.

2. Čím bude délka strany větší, tím bude i odpor větší, takže obvodem bude při stálém napětí procházet menší proud. Při minimální hodnotě proudu budeme mít k dispozici maximální odpor – touto hodnotou je právě takový proud, aby dioda ještě svítila, tedy proud I_d .

Nejdříve musíme určit odpor šestiúhelníku. Všimneme si, že se jedná o paralelní zapojení tří drátů – horní a spodní mají délku $3a$ (neboť jsou tvořeny třemi stranami šestiúhelníku) a prostřední má délku $2a$ (neboť úhlopříčka v šestiúhelníku má délku $2a$).

Odporů těchto drátů jsou jednoduše $R_h = R_s = 3a\varrho_l$ a $R_p = 2a\varrho_l$. Celkový odpor je tak

$$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_h} + \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_p} \Rightarrow R_c = \frac{6a\varrho_l}{7}.$$

Nyní máme rozlišit dva případy zapojení diody.

- Dioda je správně zapojena. Máme tak rovnici

$$I_d = \frac{U_z}{R_c + R_d},$$

do které dosadíme a následně vyjádříme a

$$\frac{6a\varrho_l}{7} = \frac{U_z}{I_d} - R_d \Rightarrow a = \frac{7(U_z/I_d - R_d)}{6\varrho_l} = \frac{7(4,5 \text{ V}/0,02 \text{ A} - 1 \Omega)}{6 \cdot 1 \Omega \cdot \text{m}^{-1}} \doteq 260 \text{ m}.$$

Strana šestiúhelníku může být tedy velmi velká.

- Dioda je opačně zapojena. Máme tak rovnici

$$I_d = \frac{U_z}{R_c + R_n},$$

ze které stejně jako v předchozím případě vyjádříme a dosadíme

$$a = \frac{7(U_z/I_d - R_n)}{6\varrho l} = \frac{7(4,5 \text{ V}/0,02 \text{ A} - 10\,000 \, \Omega)}{6 \cdot 1 \, \Omega \cdot \text{m}^{-1}} \doteq -11\,400 \text{ m}.$$

Tento výsledek je zřejmě nesmyslný – délka strany nemůže být záporná. Kde se tedy stala chyba?

Je to tím, že jsme modelovali odpor šestiúhelníku nějakým výrazem, ale neomezili jsme si definiční obor (tedy že délka strany musí být nezáporná). Toto se ve fyzice často stává a musíme umět interpretovat výsledek správně (například při řešení kvadratické rovnice nám často vyjdou dva kořeny, z nichž jen jeden dává smysl).

Ve velké většině případů můžeme postupovat tak, že pokud nám výsledek nedává smysl (tedy vyjde například délka či čas záporně), tak ho jednoduše škrtneme a prohlásíme, že je špatný a že úloha pro takto zvolené hodnoty proměnných nemá řešení.

Takže kdybychom chtěli, aby dioda svítila opačně zapojená při napětí U_z , museli bychom snížit její odpor R_n – i pokud totiž do obvodu nedáme žádný šestiúhelník, hodnota proudu v obvodu bude ještě $U_z/R_n \doteq 0,45 \text{ mA}$, čímž se dioda nerozsvítí. Pokud navíc přidáme odpor šestiúhelníkem, proud bude ještě nižší.

Robert Gemrot

robert@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.