

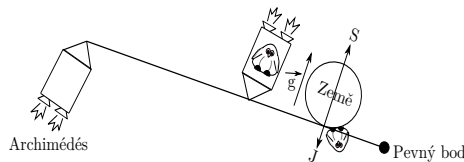
## Úloha II.4 ... Jednoduché stroje

6 bodů; průměr 3,57; řešilo 35 studentů

Archimédés jednou řekl: „Dejte mi pevný bod ve vesmíru a já pohnu Zemí.“ Vyplňme mu jeho přání. Mějme pevný bod čtyři poloměry Země daleko od Země a dlouhou pevnou tyč, která je v onom bodě zapřená. Země na tyči leží svým jižním pólem. Archimédés chce udělit Zemi takové zrychlení, aby tučňáci při jižním pólu zažívali stav beztlíže: chtěl jako první zkoumat nelétavé ptáky ve stavu beztlíže, aby vyvracel a potvrdzoval hypotézy z Aristotelovy knihy „Perizoón kinesis,“ tedy o pohybech zvířat.

Tučňákům se ovšem tato myšlenka nezamlouvá, a tak umístili do vzdálenosti 100 světelných let raketový motor o tahové síle 100 MN. Archimédés má k dispozici milion raketových motorů o tahové síle 10 MN. Do jaké vzdálenosti má své motory umístit, aby se jeho přírodovědecký plán vydařil? Pevná tyč je polopřímka, která vychází z pevného bodu, pokračuje pod planetou Zemí a dále jsou na ní ve dvou bodech umístěné raketové motory (jedná se tedy o jednozvrtnou páku).

Vleze se dlouhá tyč do naší galaxie?



Obr. 1: Ilustrace k zadání 4. úlohy.

Nejdříve si spočítáme, jakou silou musíme na Zemi působit, aby se tučňáci nacházeli ve stavu beztlíže. Aby toto nastalo, musí Země zvyšovat svou rychlost, a to se zrychlením  $a = g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . K výpočtu nám tedy stačí hmotnost Země  $m_Z$  a zrychlení dosadit do druhého Newtonova zákona:

$$F_1 = m_Z a$$

$$F_1 = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \doteq 5,9 \cdot 10^{25} \text{ N}.$$

Teď již máme vypočítanou sílu, kterou musíme působit na Zemi, aby bylo její zrychlení dostatečné k vytvoření stavu beztlíže pro tučňáky. Nyní se tedy pustíme do výpočtu vzdálenosti, do které má Archimédés své raketové motory umístit. K tomu použijeme výpočet pomocí momentů síly. U tohoto výpočtu si musíme mimo jiné dát pozor na jednotky – světelný rok je  $1 \text{ ly} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$ , poloměr Země označíme  $R_Z = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

Chceme, aby moment síly  $M_1$  nutný k rozpohybování Země byl stejný jako výsledný moment síly archimédových ( $M_2$ ) a tučňáčích ( $M_3$ ) motorů. Vzhledem k tomu, že motor tučňáků působí silou opačným směrem než motory Archimédovy, tak i momenty sil budou mít opačný směr. Výsledný moment tedy vypočítáme jako rozdíl momentů raketových motorů tučňáků a Archiméda:

$$M_1 = M_2 - M_3$$

$$F_1 d_1 = F_2 d_2 - F_3 d_3,$$

kde  $d_1$  je vzdálenost Země od pevného bodu,  $d_2$  je vzdálenost Archimédových motorů od pevného bodu,  $F_2$  jejich celková síla,  $d_3$  je vzdálenost raketového motoru tučňáků od pevného bodu a  $F_3$  jeho síla.

U vzdáleností  $d_2$  a  $d_3$  můžeme zanedbat vzdálenost pevného bodu od Země (ony 4 poloměry Země), protože je řádově mnohem menší než vzdálenost od Země k motorům. Z rovnice chceme vyjádřit vzdálenost od pevného bodu k Archimédovým motorům  $d_2$ :

$$d_2 = \frac{F_1 d_1 + F_3 d_3}{F_2}.$$

Víme přitom ze zadání, že vzdálenost  $d_1 = 4R_Z$ ,  $F_2$  je celková síla všech motorů, které má Archimédés k dispozici (tj. počet motorů krát síla jednoho motoru, tedy  $F_2 = 10^6 \cdot 10^7 \text{ N}$ ) a  $F_3$  je síla tučňáčího motoru (tj.  $F_3 = 10^8 \text{ N}$ ).

Nyní můžeme dosadit a dostaneme výsledek:

$$d_2 = \frac{5,9 \cdot 10^{25} \text{ N} \cdot 4 \cdot 6,378 \cdot 10^6 \text{ m} + 10^8 \text{ N} \cdot 9,46 \cdot 10^{17} \text{ m}}{10^6 \cdot 10^7 \text{ N}} \doteq 1,5 \cdot 10^{20} \text{ m}.$$

To odpovídá přibližně 16 000 světelným rokům. Vzhledem k tomu, že průměr disku naší galaxie je více než 92 000 světelných let, tak se takto dlouhá tyč do naší galaxie vleze.

*Aleš Opl*

ales@vyfuk.mff.cuni.cz

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.