



<http://vyfuk.fykos.cz>

1. ročník, 1. série

Milí kamarádi,

právě čtete první číslo nového korespondenčního semináře z fyziky pro žáky 6. až 9. třídy základních škol a studenty odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. V šesti sériích se vám budeme snažit přiblížit některé zajímavé fyzikální problémy formou korespondenční soutěže. V následujícím textu se dozvíte, jak tato soutěž probíhá, co můžete čekat a proč se Výfuk vyplatí řešit. Těšíme se na vaše řešení!

Aleš, Anča, Bětka, Lada, Mára, Terka a (R)adim

### Jak se stát řešitelem

Do soutěže se může zapojit jakýkoliv žák šesté až deváté třídy základní školy nebo odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Stačí poslat řešení aspoň jedné úlohy z některé série (nemusíte řešit od začátku, zapojit se můžete během školního roku kdykoliv). Spolu s nimi nám pošlete vaše kontaktní údaje (jméno a příjmení, adresu, školu, třídu, datum narození a e-mailovou adresu, pokud ji máte).

### Průběh soutěže

Šestkrát během školního roku vám pošleme tzv. sérii úloh. Úloh je šest, první čtyři jsou „počítací“, pátá experimentální a šestá vychází z aktuální kapitoly seriálu. Na jejich vypracování budete mít přibližně pět týdnů. Do termínu odeslání, který bude uveden u zadání, nám je můžete posílat poštou na níže uvedenou adresu nebo přes internet. My po termínu odeslání zveřejníme na internetu správná řešení a přibližně do dvou týdnů potom vám je pošleme i domů na udanou adresu. Spolu s nimi vám pošleme i opravené úlohy s komentáři k vašim řešením.

### Seriál

Seriál na pokračování je soubor vysvětlujících textů, které by vám mohly přiblížit zatím neznámé oblasti matematiky nebo fyziky. Letos budeme střídat matematická a fyzikální témata – znalosti nabyté v liché kapitole vám ulehčí řešení kapitoly sudé. Součástí seriálu je již zmíněná seriálová úloha, která je zaměřená zejména na procvičení vysvětlovaného tématu.

## Hodnocení úloh

Za řešení každé z úloh můžete dostat maximálně tolik bodů, kolik je uvedeno v zadání úlohy. Pokud vaše řešení bude zvlášť pěkné, můžete být odměněni i nějakým bodem navíc. Z celkových součtů za série se vytváří pořadí po jednotlivých ročnících zvlášť (6. třída a primy až 9. třída a kvarty). Pořadí najdete nejdříve na internetových stránkách přibližně dva týdny po termínu odeslání série. Poštou domů vám dorazí spolu se zadáním dalších úloh.

## Co z toho budete mít

Pro zájemce o fyziku je připraveno plno soutěží, kde mohou uplatnit svoje zkušenosti. Výfuk a později Fykos jako jedny z nich pro vás mohou být odrazovým můstkem až na mezinárodní kolo fyzikální olympiády na střední škole. Mimo jiné určitě potěšíte svoje fyzikáře.

Nejlepší řešitelé budou odměněni zajímavými cenami (trička semináře a podobně). Pro přibližně 20 z nich v létě uspořádáme soustředění plné zajímavých her, poutavých fyzikálních vyprávění a zážitků s novými kamarády.

## Jak vymyslet řešení

Jak vyřešit každou úlohu na plný počet bodů vám asi neporadíme, ale můžeme se pokusit říct pár nápadů, které by vám k tomu mohly pomoci.

Přečtete si pořádně zadání. Zní to zvláště, ale často se stává, že čtenář přehlédne nějakou podmínku, která řešení zjednodušuje, nebo zapomeneme klidně i na půlku otázek.

Ujasněte si, co víte. V zadání je většinou uvedeno to, co stačí k vyřešení úlohy, ale není to samozřejmostí. Většinu hodnot, kterou k němu potřebujete, najdete v zadání. Občas ale budete muset něco rozumně odhadnout (třeba hmotnost člověka), nebo najít na internetu (rozchod kolejí na železnici).

Uvědomte si, co chcete vypočítat. K vyřešení úlohy nemusí stačit pouze dosadit do vzorečku, obvykle musíte provést několik mezikroků.

Kreslete si obrázky. Někdo si to umí představit, ale do druhého dne se mu to vykouří z hlavy a musí začít znova. Navíc se o nakresleném lépe přemýšlí.

Používejte tabulky a učebnice. Pokud vám chybí nějaký vztah nebo výpočet, pravděpodobně ho tam najdete. Nebojte se nahlédnout do kapitol, které jste ještě nebrali.

## Co když není úloha na počítání?

Zkuste experimentovat. Někdy je dobré vyzkoušet si, jestli popsáný jev vůbec nastane. A co musíme udělat, abychom se dobrali správného výsledku.

Hledejte podobné věci. Někdy se zadání úlohy může dát převyprávět jinými slovy tak, že jde o nějaký jev, který dobře znáte a umíte jej vysvětlit.

## **Jak poznat, že výsledek může být správně?**

Zkontrolujte si jednotky. Jestli vám vyjde rychlost v kilogramech, bude pravděpodobně něco špatně.

Zamyslete se nad tím, jestli má řešení smysl. Pokud se ptáme na rychlost, kterou musí běžet Mára na nákup, aby zároveň stihl tramvaj, asi to nebude 200 km/h.

### **Jak má vypadat řešení**

Každou úlohu vypracujte na zvláštní list papíru A4. Spotřebujete-li na jednu úlohu víc listů, sešijte je dohromady. Každý list na horní straně podepište a označte číslem série a úlohy. Pokud je řešení delší než jeden list, na každý přidejte jeho pořadové číslem a celkový počet listů.

Posíláte-li řešení elektronicky, platí stejná pravidla. Zvláště nezapomeňte podepsat každý list a oddělovat jednotlivé úlohy od sebe, pokud je posíláte v jednom souboru.

Ideální hlavička řešení vypadá takto:

Viktor Ježek, G Brno, tř. Kpt. Jaroše 14	1. série, 3. úloha (1. strana ze 3)
--	-------------------------------------

Pokud píšete řešení na počítači, naučte se používat editor rovnic. Možná se i dočkáte nějakého návodu v dalších kapitolách seriálu.

Řešení pište tak, abychom z něj byli schopní poznat směr vašich úvah. To znamená, že nemáte šetřit komentáři a vysvětleními. Ale samozřejmě nemusíte komentovat každé roznásobení závorky. Povede-li se vám nějaká početní chyba, není to žádná tragédie, i když to neradi vidíme. To, co chceme, abyste tam napsali, jsou úvahy a souvislosti, které jste si při řešení uvědomili, nebo to, co podle vás vede k výsledku a proč je správný.

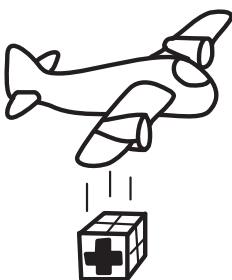
Každé řešení by mělo obsahovat jasný závěr, ve kterém bude shrnuto, co jste vymysleli, nebo bude obsahovat výsledek výpočtů nebo experimentu.

Ale nezapomeňte, že plný počet bodů ze všech sérií má málokdo, takže má smysl poslat i úlohu, kterou si nejste úplně jistí, nebo jste si všimli jen několika věcí a zatím si je neumíte dát do souvislosti. Ve vzorovém řešení se dozvíte zbytek.

## Zadání úloh 1. série

### Úloha 1. HUMANITÁRNÍ POMOC

Hrdinný pilot Mára shazuje obyvatelům Hotentotska balíky s humanitární pomocí z letadla. Řeknete mu, kdy má náklad vypustit, aby trefil správné místo dopadu? Předtím, než jej přeletí, až potom, nebo někdy úplně jindy? Proč? Jak bude vypadat trajektorie vyhozených balíků z pohledu Máry a z pohledu obyvatel Hotentotska?



### Úloha 2. TRPASLÍCI V KOKOSU

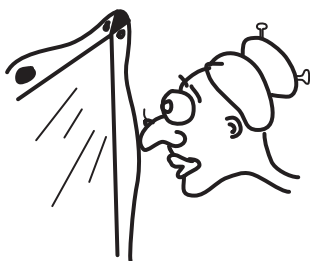
V Trpaslíkstánu používají k přepravě nákladu hlavně lodě. Loď je vydlabaná jedna polovina kokosového ořechu, přičemž ořech má zpravidla tvar koule o průměru 10 cm a stěnu tlustou 1 cm. Skořápkovina má hustotu o 20% menší než voda. Jak těžký náklad můžou trpaslíci maximálně do lodi naložit, aniž by se potopila?



### Úloha 3. KDO JE NA SVĚTĚ NEJKRÁSNEJŠÍ?

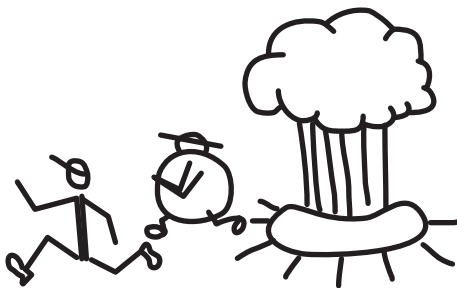
Poradte zlé Sněhurčině maceše, jak velké si musí nechat udělat kouzelné zrcadlo, aby se v něm viděla celá, od hlavy až k patě. Macecha je lakomá a nechce utratit příliš

peněz, zrcadlo tedy musí být co nejmenší.



#### Úloha 4. EDUDANT A FRANCIMOR

Dva světaznalí cestovatelé, jeden tlustý a jeden hubený, se cestou v letadle dohadují o tom, kdo z nich by déle přežil v extrémních podmínkách daleko od civilizace. Rozsoudíte je, kdo vydrží déle ve velkém horku ( $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), v mrazu ( $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), po ztroskotání lodi uprostřed Středoziemního moře, v hurikánu nebo při silném sněžení? A jak by to mohlo dopadnout, kdyby je zastihlo mohutné zemětřesení v centru velkoměsta? Kromě jejich tělesné stavby mezi nimi nejsou žádné rozdíly, oba jsou stejně oblečení a nic dalšího s sebou nemají (žádné jídlo, vodu, sirky ani jiné vybavení). Snažte se být nápadití a všimněte si i maličkostí.

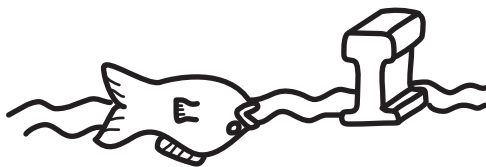


#### Úloha E. MRTVÉ MOŘE

Jak možná víte, Mrtvé moře je slané jezero. Je tak slané, že se v něm neutopíte, protože jste dostatečně nadnášeni. Vemte žluté plastové vajíčko z „Kindervejce“ a vložte do něj závaží o známé hmotnosti tak, že se naplněné vajíčko v nádobě s vodou klesne ke dnu. Jako závaží můžete použít třeba mince – koruna má hmotnost  $3,6\text{ g}$ , pěti-koruna  $4,8\text{ g}$ , desetikoruna,  $7,62\text{ g}^1$  váha prázdného vajíčka je  $4,1\text{ g}$ . Pak začnete do vody přidávat sůl, kterou nechte ve vodě dobře rozpustit. Pro různé hmotnosti závaží zjistěte, pro jakou minimální koncentraci soli zatížené vajíčko vyplave. V řešení

<sup>1</sup>viz <http://www.cnb.cz/cs/platidla/mince/>

zkuste vysvětlit, proč slaná voda nadnáší věci lépe než voda z kohoutku.



# Seriál

## O seriálu

Poslední částí každé série bude studijní text a jedna související úloha. Čtením textu a řešením úlohy si rozšíříte probíranou oblast fyziky nebo matematiky. Letos se budou střídát kapitoly z obou oborů – matematická bude předcházet fyzikální a bude zaměřena na procvičení vašich početních schopností, které hned v další sérii využijete. Klidně proto čtěte i starší kapitoly a hlavně nezapomeňte, probírané postupy jsou obecné a můžou se vám hodit i při řešení ostatních úloh. Nebojte se seriál číst, i když jste téma ještě ve škole neprobírali, až k němu dorazíte, jako když najdete. Texty se vám možná budou zdát dlouhé, ale ne zoufejte, na každou sérii máte měsíc. Příjemné počtení a spoustu nabytých vědomostí vám přeje autoři seriálu.

## Lineární rovnice a jejich soustavy

První kapitola seriálu vám představí lineární rovnice, jejich soustavy a hlavně vám ukáže, jak je vyřešit. Poprvé jste je potkali již na prvním stupni, kde jste pomocí nich řešili různé slovní úlohy. Použití je však daleko víc – třeba úlohy s rovnováhou sil, ať už na páce nebo v hydrostatice, úlohy o pohybu a řada dalších. Lineární rovnice jsou základní nástroj pro řešení fyzikálních i nefyzikálních problémů. Naučte se je řešit a určitě nebudete litovat.

## Jak vypadá rovnice

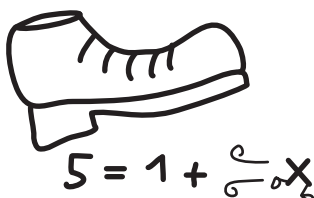
V matematice se můžete potkat se dvěma typy vztahů, ve kterých se vyskytuje znaménko  $=$  a mají levou a pravou stranu. Jednomu se říká rovnost, druhému rovnice. Jaký je mezi tím rozdíl? Rovnost je totiž jen konstatování pravdy, ve kterém přesně známe levou i pravou stranu (např.  $42 = 40 + 2$ )<sup>2</sup>. Rovnice je pak taková rovnost, kde neznáme jeden nebo více členů ve výrazech, které dosazujeme na levou a pravou stranu.

Členům, které neznáme, říkáme neznámé (nebo proměnné). V matematice většinou potkáte na místě neznámé písmeno  $x$ , ale nemusí to tak být vždy, výběr záleží jenom na nás. Má být řešením rovnice počet hrušek? Označím si neznámou  $h$ . Budou-li to jablka, použiji  $j$ . Ve fyzice se používají značky příslušných veličin – hmotnost

---

<sup>2</sup>Rovností také může být definiční vztah jako  $a = 42$ , který říká, že kdykoliv dále uvidíme  $a$ , bude mít hodnotu 42, mezikrok při výpočtu a podobně.

značíme  $m$ , rychlost  $v$  a tak dále.



Lineární rovnice je taková rovnice, kde všechny neznámé vystupují v první mocnině.

Řešením rovnice potom rozumíme postup, jehož cílem je zjištění hodnoty všech neznámých v rovnosti.

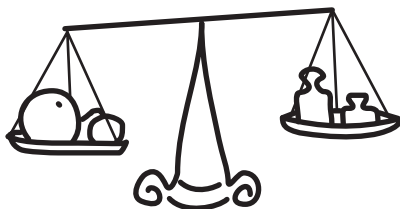
### Písmena versus čísla

V rovnici se kromě neznámých a čísel mohou vyskytovat další členy. Těm obvykle říkáme *parametry* a není to nic jiného, než skryté číslo. Jeho hodnotu buď z nejrůznějších důvodů zatím neznáme, nebo se může měnit (např. čas). S parametry se pracuje stejně jako s čísly, ale pamatujme, že nesmíme jejich různé druhy pomíchat. Můžeme např. sečíst  $a + a = 2a$ , ale  $a + b$  již dál zjednodušit nelze. Když vám někdo řekne, abyste nemíchali jablka s hruškami, je to přesně toto.

### Lineární rovnice o jedné neznámé

Představte si, že jste v obchodě, kupujete si pomeranč a prodavač vytáhne rovnoramenné váhy, několik pomerančů, různá závaží, poskládá je na váhy tak, že nakonec jsou v rovnováze a dá vám za úkol, abyste pouze přesouváním věcí z misky na misku zjistili, kolik váží jeden kus ovoce. Pomeranče jsou samozřejmě všechny stejné.

Váhy jsou nastavené tak, že na pravé jsou čtyři pomeranče a stogramové závaží a na levé misce je pomeranč, půlkilové a stogramové závaží. Abyste to neměli jednoduché, na pravé misce leží ještě jedna nektarinka, jejíž hmotnost vám prodavač řekne, až uzná za vhodné.



Už samotné *rovnoramenné* váhy napovídají, že jde o rovnici. Jak vypadá? Obsah levé misky zastupuje levou stranu rovnice, věci na pravé misce zase pravou stranu. Neznámou je hmotnost pomeranče  $p$ . Co s nektarinkou? Protože nám bylo slíbeno,



že se její hmotnost dozvíme, můžeme ji brát jako obyčejné závaží. V řeči matematiky je nektarinka parametrem  $n$ . Rovnice tedy bude vypadat takto:

$$p + 500 \text{ g} + 100 \text{ g} + n = 4p + 100 \text{ g}$$

Všimněte si, že hmotnost píšeme s jednotkami. Levá s pravou stranou si totiž musí odpovídat ve všem, i v jednotkách. Jejich zapisování při výpočtu nám pak usnadní kontrolu.

K vyřešení úkolu vede cesta přes tzv. ekvivalentní úpravy.

### Ekvivalentní úpravy

Slovo ekvivalentní z názvu znamená, že úpravy jsou vratné a hlavně nemění počet řešení rovnice. Když vyfoukneme duši u kola ventilkem, můžeme ji opět nafouknout, proto je to ekvivalentní úprava duše. Vyfoukneme-li ji propíchnutím, úprava ekvivalentní to není, protože při nafukování ventilkem bude vzduch stále unikat dírou po špendlíku.

Při řešení rovnic se ekvivalentními úpravami rozumí takové změny pravé a levé strany, které zachovávají rovnost. Tyto změny provádíme zároveň s celou levou i s celou pravou stranou a jejich cílem je mít samotnou neznámou na jedné a zbytek na druhé straně rovnice.

Jak vypadají ekvivalentní úpravy při výpočtu neznámé z rovnice si ukážeme na příkladu s pomerančí a nektarinkou. Pro názornost budeme použitou úpravu uvádět za svislou čáru vedle pravé strany rovnice.

První důležitou úpravou je *přičtení nebo odečtení* stejného výrazu k oběma stranám (resp. od obou stran) rovnice. V problému s vahami to znamená, že na každou misku přidáme či od ní odebereme stejné závaží. Můžeme tedy odebrat obě stogramová závaží.

$$\begin{array}{r} p + 500 \text{ g} + 100 \text{ g} + n = 4p + 100 \text{ g} \\ p + 500 \text{ g} + n = 4p \end{array} \quad \begin{array}{l} / - 100 \text{ g} \\ \end{array}$$

Z hlediska ekvivalentních úprav je jedno, jestli použijeme proměnnou, parametr nebo číslo, proto můžeme upravovat i nadále, z každé strany rovnice odečteme  $p$ . To znamená, že z misek vah ubereme po pomeranči. Další užitečnou úpravou je *prohození* levé a pravé strany ( $\Leftrightarrow$ ). Na vahách je to jednoduché, vyměníme obsah misek.

$$\begin{array}{r} p + 500 \text{ g} + n = 4p \\ 500 \text{ g} + n = 3p \\ 3p = 500 \text{ g} + n \end{array} \quad \begin{array}{l} / - p \\ / \Leftrightarrow \end{array}$$

Třetí a poslední úpravou je *násobení* nebo dělení nenulovým číslem. Mějme na paměti, že ekvivalentní úpravu musíme vztáhnout na celé obě strany, to znamená,

že se chováme jako při roznásobování závorky, číslem z úpravy násobíme každý člen. Opět můžeme násobit i záporným číslem<sup>3</sup>, takže nesmíme zapomenout na změny znamének. Zvláště výhodné je pomocí nejmenšího společného násobku jmenovatelů zbavit rovnici zlomků. Chceme-li násobit proměnnou nebo parametrem, musíme vzít v úvahu, jestli může být nula a pokud ano, rovnici řešit zvlášť pro tento případ.

$$\begin{aligned} 3p &= 500g + n && / : 3 \\ p &= \frac{500g + n}{3} \end{aligned}$$

V tento okamžik prodavač uznal za vhodné prozradit nám hmotnost nektarinky, protože k výsledku nic jiného již nepotřebujeme. Je to sto gramů, takže po dosazení  $n = 100g$  dostáváme výsledek  $p = 200g$ .

Shrneme-li použité úpravy a vypočítaný příklad, můžeme si udělat jednoduchý seznam úkolů, po jejichž provedení bychom měli být schopni vyřešit každou lineární rovnici.

- Pokud rovnice obsahuje zlomky, zbavíme se jich vynásobením rovnice nejmenším společným násobkem jmenovatelů.
- Pomocí odčítání převedeme na jednu stranu rovnice členy bez neznámé a na druhou členy s neznámou a všechny odpovídající členy sečteme, tj. neznámé, různé druhy parametrů – pozor na jejich rozlišení – a nakonec čísla.
- Vydělíme rovnici číslem, kterým je násobeno  $x$  (aby nám zůstalo v rovnici pouze jedno  $x$ ).
- Dosadíme za parametry a přečteme výsledek.

Může se nám však také stát, že se se při úpravách všechny neznámé odečtou, např. v rovnici:

$$\begin{aligned} 3 + \frac{1}{2}x &= \frac{2}{4}x + 3 && / \cdot 4 \\ 12 + 2x &= 2x + 12 && / - 2x - 12 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Pokud výsledná rovnost platí, rovnice má nekonečně mnoho řešení, tzn. za  $x$  můžeme dosadit cokoliv, pokud neplatí, rovnice nemá řešení a pravděpodobně jsme v průběhu udělali chybu.

---

<sup>3</sup>Povšimněte si, že předchozí úprava, prohození stran, se dá provést pomocí zbylých dvou.